

Seiten 4 / 5

Beschriften von Prismen und ihren Netzen

1	a)			<p>Tipps: Beachte die Kantenverläufe:</p> <p>von A aus: in der Grundseite zu B und C in der Höhe zu D</p> <p>usw.</p> <p>So kannst du die Möglichkeiten austesten und du kommst immer auf die richtige Lösung.</p>
2	a)			
2	b)			
	c)			

Seite 7

Schnittkanten und Schnittflächen einzeichnen

<p>1.</p>			<p>Tipps:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zuerst Beschriftung vervollständigen. • Schnittfläche im Raumbild einzeichnen (Achtung, Sichtbarkeit!) • Q ins Netz übertragen (Abmessen mit Zirkel → hellblauer Kreis) • R auf die "zweite" Kante AC übertragen (hellgrüner Kreisbogen) • Punkte in den entsprechenden Seitenflächen miteinander verbinden.
<p>2.</p>			<p>Tipps:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Im Raumbild eine Senkrechte (LOT) auf AB durch Q. So entsteht S. Danach durch Parallelverschieben von QR durch S die Schnittfläche vervollständigen. Danach weiter wie unter 1a)
<p>3.</p>			<p>Tipps:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Die Punkte P und R im Netz auf allen entsprechenden Kanten einzeichnen • Punkte P, Q, R im Raumbild (Kantenmitten) einzeichnen. • Schnittfläche im Raumbild einzeichnen • Schnittfläche ins Netz übertragen.

Seite 9

Berechnungen in Prismen, Quadern und Schnittkörpern

1						Tipps: 1a) $M = u \cdot h \rightarrow (5+4+2) \cdot 10 = 11 \cdot 10 = 110$ 1 b) $M = u \cdot h$, also $h = M : u$ $\rightarrow 950 : (18+12+8) = 950 : 38 = 25$ 1c) $M = u \cdot h$, also $u = M : h$ $\rightarrow 1728 : 12 = 144$ (= Umfang) $u = a + b + c$, also $c = u - (a + b)$ $\rightarrow 144 - (13+26) = 144 - 39 = 105$ 1d) $M = u \cdot h$, also $u = M : h \rightarrow 500 : 10 = 50 = u$ $u = a+b+c$, also $b = u - (a+c)$ $\rightarrow 50 - (12+13) = 50 - 25 = 25$ 1e) $M = u \cdot h$, also $h = M : u$ $\rightarrow 98s^2 : (7s+2s+5s) = 98s^2 : (14s) = 7s$
	a)	b)	c)	d)	e)	
AB	5 cm	18 cm	26 cm	13 cm	5s	
BC	4 cm	12 cm	13 cm	25 cm	2s	
AC	2 cm	8 cm	105 cm	12 cm	7s	
h	10 cm	25 cm	12 cm	10 cm	7s	
M	110cm²	950cm ²	1728cm ²	500 cm ²	98s ²	

2						Rechenschritte: 2a) $G = AB \cdot BC : 2 = 5 \cdot 14 : 2 = 35$ $V = G \cdot h = 35 \cdot 32 = 1120$ $S = 2G + M$, also $M = S - 2G$ $\rightarrow 280 - 2 \cdot 35 = 280 - 70 = 210$ 2b) $V = G \cdot h$, also $G = V : h$ $\rightarrow 640 : 8 = 80$ $G = AB \cdot BC : 2$, also $BC = 2 \cdot G : AB$ $\rightarrow 2 \cdot 80 : 5 = 32$ $S = 2 \cdot G + M = 2 \cdot 80 + 240 = 400$ 2c) $G = AB \cdot BC : 2 = 6 \cdot 8 : 2 = 24$ $S = 2 \cdot G + M = 2 \cdot 24 + 192 = 240$ $V = G \cdot h \rightarrow 24 \cdot 8 = 192$ 2d) $V = G \cdot h$, also $G = V : h \rightarrow 480 : 16 = 30$ $S = 2 \cdot G + M$, also $M = S - 2 \cdot G$ $\rightarrow 500 - 2 \cdot 30 = 500 - 60 = 440$ $G = AB \cdot BC : 2$, also $BC = 2 \cdot G : AB$ $\rightarrow 2 \cdot 30 : 8 = 60 : 8 = 7.5$ 1e) $G = AB \cdot BC : 2 = 10t \cdot 15t : 2 = 75t^2$ $S = 2 \cdot G + M = 2 \cdot 75t^2 + 600t^2 = 750t^2$ $V = G \cdot h = 75t^2 \cdot 6t = 450t^3$
	a)	b)	c)	d)	e)	
AB	5 cm	5 cm	8 cm	6 cm	10t	
BC	14 cm	32 cm	6 cm	10 cm	15t	
h	32 cm	8 cm	8 cm	16cm	6t	
G	35 cm²	80 cm²	24 cm²	30 cm²	75 t²	
M	210cm²	240cm ²	192 cm ²	440 cm²	600 t ²	
S	280 cm ²	400 cm²	240 cm²	500 cm ²	750 t²	
V	1120cm³	640 cm ³	192 cm³	480 cm ³	450 t³	

Seiten 9 / 10

Berechnungen in Prismen, Quadern und Schnittkörpern

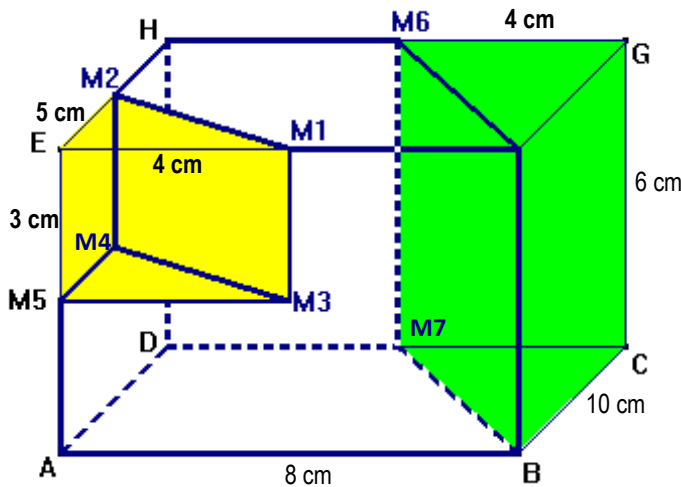
3	<div style="border: 1px solid red; padding: 2px; margin-bottom: 10px;"> <p>rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck</p> <p>Somit ist die Höhe = $10 : 2 = 5\text{m}$</p> </div> <p>Lösungen:</p> <p>a) $V_{\text{Haus}} = 1785 \text{ m}^3$</p> <p>b) $V_{\text{Dachgeschoss}} = 525 \text{ m}^3$</p> <p>c) Höhe des Kellergeschosses = 1.7m</p>	<p><i>Rechenschritte:</i></p> <p>a) Das Haus entspricht einem vierseitigen Prisma mit der Höhe 21m (Das Prisma liegt also). Die Grundfläche wird aufgeteilt in ein Rechteck und ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck.</p> <p>Das Volumen wird entsprechend berechnet: $V = G \cdot h = (\text{Rechteck} + \text{Dreieck}) \cdot h$ $= (10 \cdot 6 + 10 \cdot 5 : 2) \cdot 21 = (60 + 25) \cdot 21 = 85 \cdot 21 = 1785 \text{ m}^3$</p> <p>b) Der Dachstock ist ein dreiseitiges Prisma mit einem rechtwinklig – gleichschenkligen Dreieck als Grundfläche.</p> <p>Somit wird das Volumen berechnet als: $V = G \cdot h$ $= (10 \cdot 5 : 2) \cdot 21 = 25 \cdot 21 = 525 \text{ m}^3$</p> <p>c) Das Kellergeschoss hat ein Volumen von einem Fünftel des ganzen Hauses. Somit ist sein Volumen = $1785 : 5 = 357 \text{ m}^3$.</p> <p>Das Kellergeschoss ist aber ein Prisma mit rechteckiger Grundfläche und einer Prismenhöhe von 21m. Somit hat die Grundfläche eine Fläche von $357 : 21 = 17\text{m}^2$</p> <p>Diese Grundfläche ist 10m breit, somit beträgt die Höhe $h = 17 : 10 = 1.7 \text{ m}$</p>
---	---	--

4	<p>Der Schnittkörper ist ein Prisma mit einer viereckigen Grundfläche. Diese wird in ein Rechteck und ein Dreieck zerlegt. Das Dreieck hat dabei eine Höhe von 3cm (wie eingezeichnet). Die Prismenhöhe beträgt 7cm.</p> <p>$V_{\text{Restkörper}} = G \cdot h = 315 \text{ cm}^3$</p>	<p><i>Rechenschritte:</i></p> <p><u>Fläche des gelben Rechtecks:</u> $A = 10 \cdot 3 = 30 \text{ cm}^2$</p> <p><u>Fläche des roten Dreiecks:</u> $A = \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe} : 2$ $= 10 \cdot 3 : 2 = 15 \text{ cm}^2$</p> <p><u>Fläche der Grundseite:</u> $A = \text{Rechteck} + \text{Dreieck} = 30 + 15 = 45 \text{ cm}^2$</p> <p><u>Volumen des Restkörpers (= Prisma):</u> $V_{\text{Restkörper}} = G \cdot h$ $V_{\text{Restkörper}} = 45 \cdot 7$ $V_{\text{Restkörper}} = 315 \text{ cm}^3$</p>
---	--	--

Seiten 10 / 11

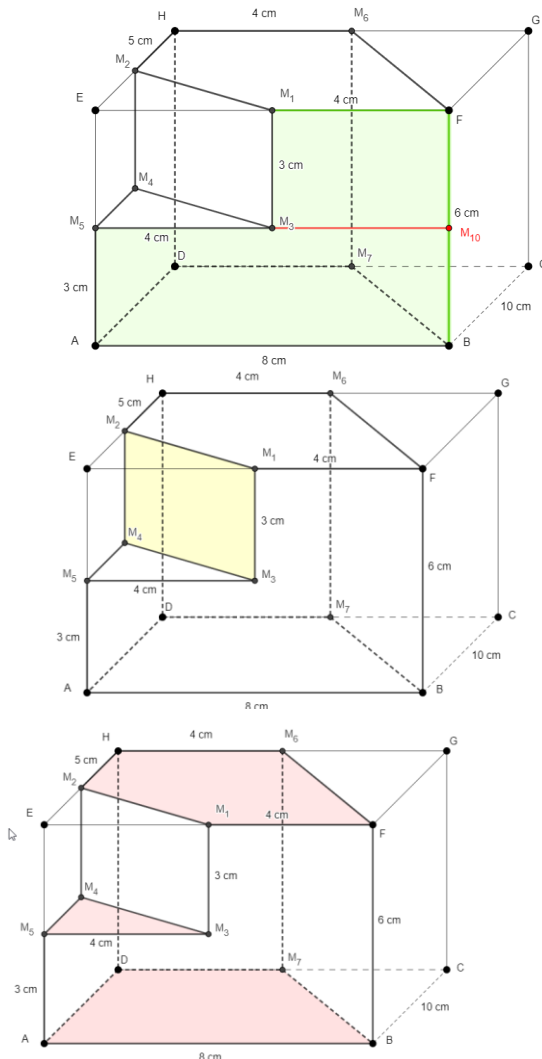
Berechnungen in Prismen, Quadern und Schnittkörpern

5



Der Schnittkörper ist durch Herausschneiden der beiden markierten Prismen aus dem ursprünglichen Quader entstanden. Somit können wir die Berechnung durch Subtraktion durchführen:

$$V_{\text{Restkörper}} = V_{\text{Quader}} - V_{\text{Prisma gelb}} - V_{\text{Prisma grün}} = 330 \text{ cm}^3$$



Rechenschritte:

Volumen des ursprünglichen Quaders:

$$V = 8 \cdot 10 \cdot 6 = 80 \cdot 6 = 480 \text{ cm}^3$$

Volumen des gelben Prismas:

$$\text{Grundfläche } EM_1M_2 = 5 \cdot 4 : 2 = 10 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen } V = G \cdot h = 10 \cdot 3 = 30 \text{ cm}^3$$

Volumen des grünen Prismas:

$$\text{Grundfläche } BCM_7 = 10 \cdot 4 : 2 = 20 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen } V = G \cdot h = 20 \cdot 6 = 120 \text{ cm}^3$$

Volumen des Restkörpers:

$$V_{\text{Restkörper}} = V_{\text{Quader}} - V_{\text{Prisma gelb}} - V_{\text{Prisma grün}}$$

$$V_{\text{Restkörper}} = 480 - 30 - 120$$

$$V_{\text{Restkörper}} = 330 \text{ cm}^3$$

Oberflächenberechnung:

1. Fläche «Front» (grün):

Aufteilen in zwei Rechtecke.

$$\text{Rechteck } AM_5M_{10}B = 3 \cdot 8 = 24 \text{ cm}^2$$

$$\text{Rechteck } M_3M_{10}FM_1 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Frontfläche damit } 12 + 24 = 36 \text{ cm}^2$$

2. Fläche «Anschnitt» (gelb):

M_4M_3 mit Pythagoras (Dreieck $M_4M_5M_3$)

$$M_4M_3 = \sqrt{M_3M_5^2 + M_5M_3^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + 4^2} = 6.403 \text{ cm}$$

$$\rightarrow M_4M_5M_1M_2 = 3 \cdot 6.403 = 19.21 \text{ cm}^2$$

3. Fläche «oben/unten» (rot):

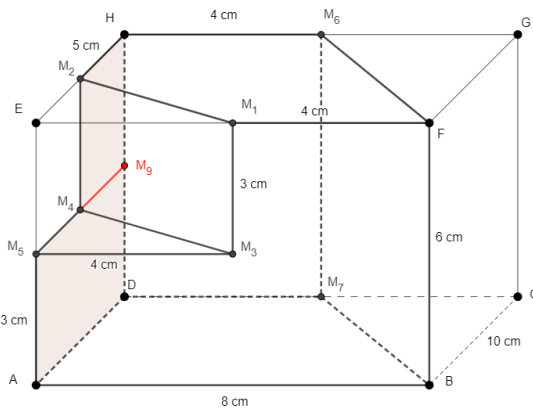
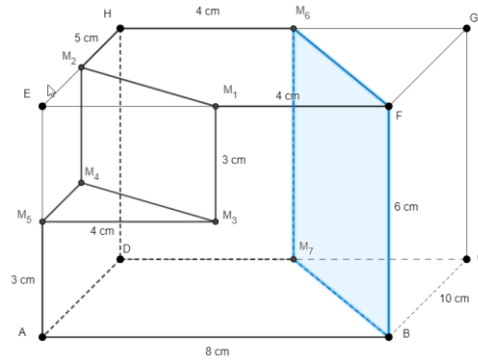
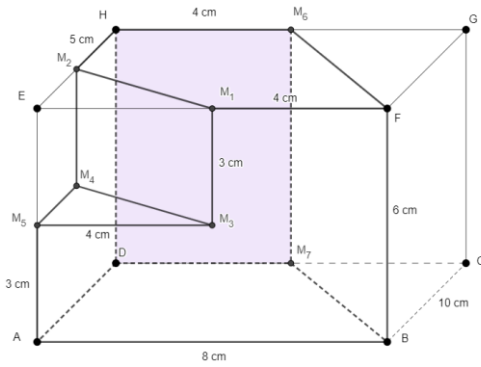
Beide Flächen sind gleich (Fläche oben inkl. dem etwas versetzten Dreieck. Daher Berechnung der Fläche unten

Trapez $ABM_7D = m \cdot h = \frac{8+4}{2} \cdot 10$

$$= 6 \cdot 10 = 60 \text{ cm}^2$$

$$= 6 \cdot 10 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{Fläche oben/unten} = 2 \cdot 60 = 120 \text{ cm}^2$$



4. Fläche «hinten» (violett):

$$\text{Rechteck } HM_6M_7D = 6 \bullet 4 = \underline{24 \text{ cm}^2}$$

5. Fläche «rechts» (hellblau):

M_8B mit Pythagoras (Dreieck M_7BC)

$$BM_8 = \sqrt{M_7C^2 + BC^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 10^2} = 10.77 \text{ cm}$$

$$\rightarrow M_7BFM_6 = 6 \bullet 10.77 = \underline{64.62 \text{ cm}^2}$$

6. Fläche «links» (braun):

Aufteilen in zwei Rechtecke.

$$\text{Rechteck } AM_5M_9D = 3 \bullet 10 = 30 \text{ cm}^2$$

$$\text{Rechteck } M_4M_9HM_2 = 3 \bullet 5 = 15 \text{ cm}^2$$

$$\text{Frontfläche damit } 30 + 15 = \underline{45 \text{ cm}^2}$$

Oberfläche des Restkörpers:

Front	36
Anschnitt	19.21
Oben/unten	120
Hinten	24
Rechts	64.62
Links	45

Total Oberfläche = 308.83 cm²

Seiten 10 / 11

Berechnungen in Prismen, Quadern und Schnittkörpern

6	a)				b)			
7	a)	von vorne	von rechts	von oben				
	b)	von vorne	von rechts	von oben				
	c)							

Seite 15 / 16

Aufgaben „Die gerade Pyramide“

1

	AB	BC	h	V
a)	3.5 cm	3.2 cm	6cm	22.4 cm³
b)	34 cm	12 cm	25.5cm	3468 cm ³
c)	25 dm	21.42 dm	9 dm	1606.5 dm ³
d)	27.02 m	27.02 m	4.3 m	1046.448 m ³
e)	3d	4e	9f	36def
f)	24a	24a	6a	1152a ³

Die verwendeten Formeln entsprechen denjenigen, die im Theorieteil des Dossier angegeben sind. Bitte dort nachschauen.

Wird das Volumen verwendet, muss es zuerst mal 3 gerechnet werden!

2

$$V = \frac{G \cdot h}{3}, \text{ also } V = \frac{4 \cdot 4 \cdot 5}{3} = \frac{80}{3} = \mathbf{26.667 \text{ cm}^3}$$

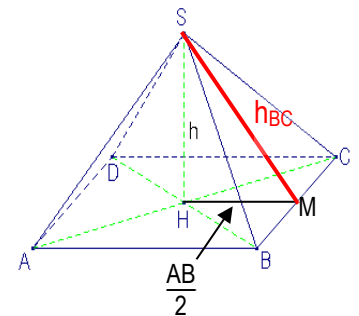
Für die Oberfläche rechnen wir zuerst mit Pythagoras die Höhe h_{BC} aus (Höhe des Seitendreiecks BCS. in der quadratischen Pyramide ist dies die einzige benötigte Höhe für den Mantel).

$$\text{Also: } h_{BC} = \sqrt{HM^2 + HS^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} = \mathbf{5.39 \text{ cm}}$$

$$\text{Damit ist die Seitenfläche BCS} = \frac{h_{BC} \cdot BC}{2} = \frac{5.39 \cdot 4}{2} = \mathbf{10.77 \text{ cm}^2}$$

$$\text{Und dies heisst, dass der Mantel} = 4 \cdot \text{BCS} = 4 \cdot 10.77 \text{ cm}^2 = \mathbf{43.08 \text{ cm}^2}$$

$$\text{Und somit ist die Oberfläche } S = G + S = 4 \cdot 4 + 43.08 = \mathbf{59.08 \text{ cm}^2}$$



$$\mathbf{V = 26.667 \text{ cm}^3}$$

$$\mathbf{S = 59.08 \text{ cm}^2}$$

3

- a) Die Grundfläche einer quadratischen Pyramide ist 46.24 cm^2 . Damit ist die Kantenlänge dieses Quadrates $a = \sqrt{46.24} = 6.8 \text{ cm}$.

Die Oberfläche beträgt 122.4 cm^2 , womit der Mantel $M = 122.4 - 46.24 = 76.16 \text{ cm}^2$ gross ist.

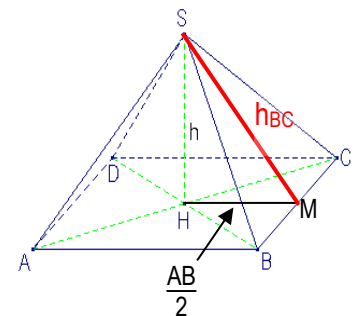
$$\text{Also ist eine Seitenfläche (ein Seitendreieck)} = \frac{76.16}{4} = \mathbf{19.04 \text{ cm}^2} \text{ gross.}$$

$$\text{Die Höhe des Seitendreieckes ist also} = \frac{\text{Fläche} \cdot 2}{\text{Grundseite}} = \frac{19.04 \cdot 2}{6.8} = \mathbf{5.6 \text{ cm.}}$$

Mit Pythagoras können wir jetzt die Pyramidenhöhe berechnen:

$$h = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \sqrt{5.6^2 - 3.4^2} = \mathbf{4.45 \text{ cm.}}$$

$$\text{Also ist das Volumen der Pyramide} = V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{46.24 \cdot 4.45}{3} = \mathbf{68.59 \text{ cm}^3}$$



$$\mathbf{h = 4.45 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{V = 68.59 \text{ cm}^3}$$

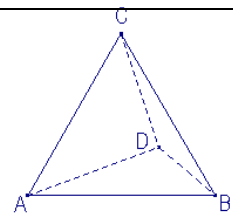
4

- a) Die Grundfläche des Tetraeders ist ein gleichseitiges Dreieck. Gemäss unseren früheren Pythagoras-Überlegungen ist die Höhe im gleichseitigen

$$\text{Dreieck } h = \frac{s \cdot \sqrt{3}}{2}. \text{ In unserem Fall also } = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{2} = 5 \cdot \sqrt{3} = \mathbf{8.66 \text{ cm}}$$

$$\text{Also ist die Grundfläche} = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2} = \frac{10 \cdot 8.66}{2} = \mathbf{43.3 \text{ cm}^2}$$

Dies ist gleichzeitig die Fläche jeder Seitenfläche. Die Oberfläche des Tetraeders ist also $4 \cdot 43.3 = \mathbf{173.21 \text{ cm}^2}$

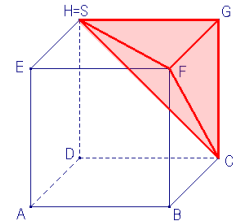


$$\mathbf{S = 173.21 \text{ cm}^2}$$

Seite 16 / 17

Aufgaben „Die gerade Pyramide“

- 5 a) In dieser Figur brauchen wir zwei Formeln aus dem Pythagoras-Bereich:
1. Diagonale im Quadrat ($d = s \cdot \sqrt{2}$)
 2. Höhe im gleichseitigen Dreieck: $h = \frac{s \cdot \sqrt{3}}{2}$



Die Grundseite dieser Pyramide ist das Dreieck GFC. Dies ist zum Berechnen besonders einfach.

$$V = \frac{G \cdot h}{3}, \text{ wobei die Grundseite } G = \frac{a^2}{2}, \text{ also } V = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3}{6}$$

mit Zahlen: $V = \frac{10^3}{6} = \frac{1000}{6} = 166.667 \text{ cm}^3$

- b) Die Berechnung der Oberfläche ist etwas schwieriger. Dabei setzt sie sich zusammen aus den vier Dreiecksflächen. Die Dreiecke GFC, HGC und FGH sind dabei kongruent und einfach zu berechnen:

$$A_{FGC} = A_{FGH} = A_{CGH} = \frac{a^2}{2}$$

Das Dreieck HFC dagegen ist gleichseitig und zwar mit der Seitenlänge $s = a\sqrt{2}$.

$$\text{Somit ist die Höhe dieses Dreiecks HFC} = h = \frac{s \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Und dies führt und zur Fläche des Dreiecks HFC:

$$A_{HFC} = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2}$$

$$A_{HFC} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{12}}{2} = \frac{a^2\sqrt{4} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Die gesamte Oberfläche ist also } S = 3 \cdot \frac{a^2}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^2 \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\text{Mit Zahlen gerechnet } S = 10^2 \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 100 \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 236.60 \text{ cm}^2$$

- 6 a) Das Volumen einer Pyramide ist ja bekanntlich $V = \frac{G \cdot h}{3}$

In unserem Fall ist $G = \text{Seitenfläche des Würfels (Quadratfläche)} a^2$
Die Höhe ist nicht bekannt.

Bekannt ist aber, dass das Volumen des Körpers um drei Viertel des Würfelvolumens vergrößert wird. Also entsprechen alle sechs aufgesetzten Pyramiden diesen drei Vierteln des Würfelvolumens. Als Gleichung

$$\frac{3}{4} \cdot a^3 = 6 \cdot \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

Aufgelöst ergibt diese Gleichung:

$$\frac{3a^3}{4} = \frac{6a^2 \cdot h}{3} \quad || \cdot 3$$

$$\frac{3a^3}{4} = 2a^2 \cdot h \quad || \cdot \text{HN (4)}$$

$$3a^3 = 8a^2 \cdot h \quad || : 8a^2$$

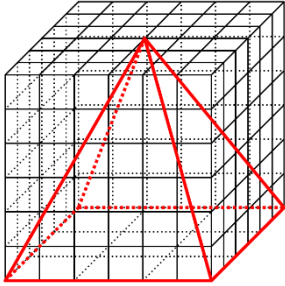
$$\frac{3a}{8} = h$$

Die Pyramiden haben also eine Höhe von $h = \frac{3a}{8}$

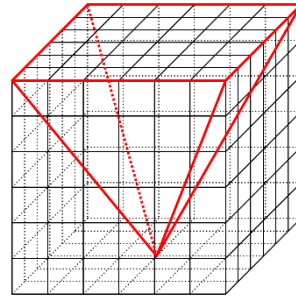
Seite 17

Aufgaben „Die gerade Pyramide“

7 a)



b)



8 a)

von vorne



von rechts



von oben

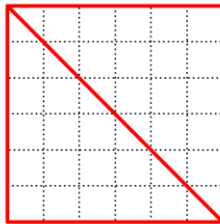


b)

von vorne



von rechts



von oben

