Seiten 3 / 4
Lineare Funktion

1

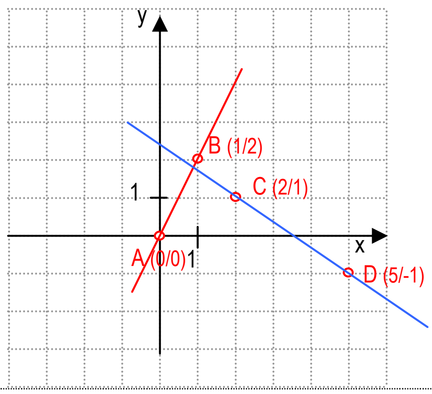
b) <u>Steigungen:</u> Können entweder durch einzeichnen von Steigungsdreiecken bestimmt werden oder durch die rechnerische Form. Hier wird die rechnerische Form gezeigt:

Grundform: $a = \frac{\text{Differenz der y-Koordinaten}}{\text{Differenz der x-Koordinaten}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Für die Gerade AB: $\mathbf{a} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-0}{1-0} = \frac{2}{1} = \mathbf{2}$

Für die Gerade CD: $\mathbf{a} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-1)}{2-5} = \frac{2}{(-3)} = \mathbf{\left(-\frac{2}{3}\right)}$

a)



c) Achsenabschnitt AB: 0
Achsenabschnitt CD: ungefähr 2.5

Beide Achsenabschnitte lesen wir aus der Grafik heraus (Wo schneidet die Gerade die y-Achse??)

d) Funktionsgleichung AB: **x→ y = 2x**
Funktionsgleichung CD: $\mathbf{x \to y = \left(-\frac{2}{3}x\right) + 2.5}$

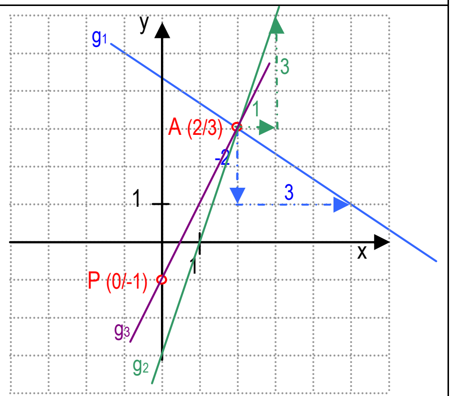
Die gefundenen „Bestandteile“ Steigung a und Achsenabschnitt b setzen wir in die allgemeine Funktionsgleichung ein: x: → y = ax + b

2

a)
b) Zuerst den Punkt A einzeichnen und dann die Steigung $a = \left(-\frac{2}{3}\right)$ einzeichnen. (Die Steigung besagt, dass man von A aus 2 in y-Richtung nach unten muss (wegen dem – geht es entgegen der Achse) und 3 in x-Richtung nach rechts.).

Für die Gerade g_2 funktioniert das genauso. Die Steigung a= 3 bedeutet $a = \frac{3}{1}$, also 3 in y-Richtung und 1 in x-Richtung wandern.

a)



c) Für g_3 besagt der Achsenabschnitt b = (-1), dass die y-Achse im Punkt P (0/(-1)) geschnitten wird. Diesen Punkt P einzeichnen und die Punkte A und P verbinden.

d) g_1 : x → $\mathbf{y = \left(-\frac{2}{3}\right) x + 4.3}$
g_2 : x → **y = 3x - 3** oder **x→ y = 3x + (-3)**
g_3 : x→ **y = 2x – 1** oder **x → y = 2x + (-1)**

fehlende Steigung rsp. Achsenabschnitt kann der Grafik entnommen werden.(So genau wie möglich herauslesen. 4.3 ist allerdings eine Schätzung)

3

a) Die einzelnen Punkte werden überprüft, indem wir ihre Koordinaten in die Funktionsgleichung einsetzen und schauen, ob diese Gleichung dann erfüllt ist:

x → y = (-3x) - 1

A (0/0): y = (-3)•**0** - 1 = (-1) → 0 = (-1) (falsch!)
→ Also liegt A <u>nicht</u> auf der Geraden

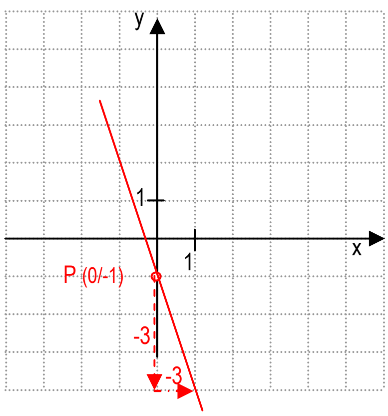
B ((-1)/3): y = (-3)•**(-1)** - 1 = 2→ 3 = 2 (falsch)
→ Also liegt B <u>nicht</u> auf der Geraden

C (3/(-10)): y= (-3)•**3** – 1 = (-10) → (-10) = (-10) (wahr)
→ Also liegt C auf der Geraden

D ((-2)/7): y = (-3)•**(-2)** – 1 = 5 → 7 = 5 (falsch)
→ Also liegt D <u>nicht</u> auf der Geraden

E (1/(-4)): y = (-3)•**1** – 1 = (-4)→ (-4) = (-4) (wahr)
→ Also liegt E auf der Geraden

→ A, B, D sind nicht auf der Geraden, C, E sind drauf.



b) Wir zeichnen die Gerade so ein, dass wir den Achsenabschnitt ausnützen und mit dem Punkt P (0/(-1)) einen Punkt der Gerade kennen. Anschliessend zeichnen wir die Steigung (-3) ein (3 entgegen der y-Richtung, 1 in x-Richtung) und haben die Gerade fertig.

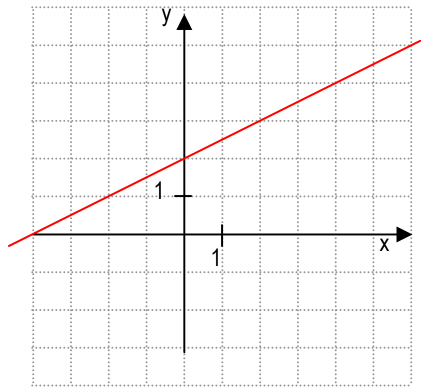
Seiten 4 / 5
Lineare Funktion

4

b) **Die Steigung beträgt a = 0.5**
(dies sieht man in der Funktionsgleichung y = 0.5x + 2. Die allgemeine Form heisst ja y = ax + b, wobei a = Steigung, b = Achsenabschnitt)

c) **Der Achsenabschnitt beträgt b = 2**
(dies sieht man in der Funktionsgleichung y = 0.5x + 2. Die allgemeine Form heisst ja y = ax + b, wobei a = Steigung, b = Achsenabschnitt)

a)

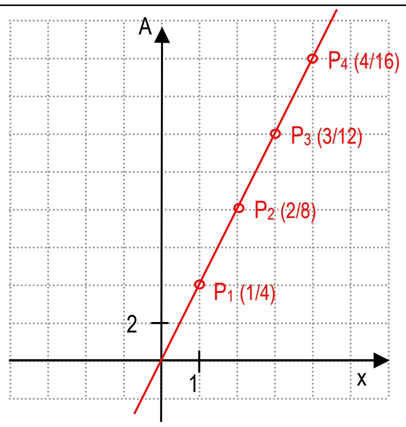


5

a) Bevor wir den Graphen einzeichnen können, müssen wir eine kleine Wertetabelle erstellen, wo die Fläche A und die Breite x vorkommen (bei konstanter Höhe h = 4cm). Die Fläche berechnet sich mit Länge mal Breite, ist also jeweils x•4

x (Breite)	A (Fläche)
1 cm	4 cm^2
2 cm	8 cm^2
3 cm	12 cm^2
4 cm	16 cm^2
5 cm	20 cm^2

Diese Werte übertragen wir in die Grafik.



b) Die Funktionsgleichung lautet:
x → y = 4x

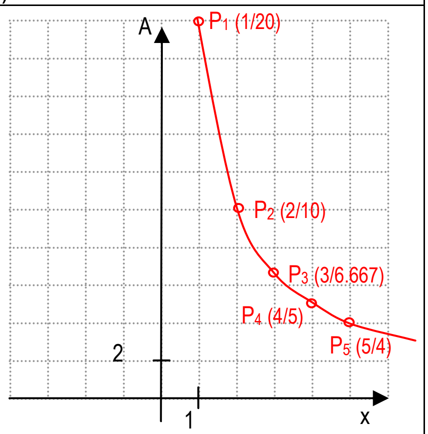
Die Zahl 4 steht hier, weil das konstante h = 4cm (also statt y = hx)

6

a) Bevor wir den Graphen einzeichnen können, müssen wir auch hier eine kleine Wertetabelle erstellen, wo die Höhe y und die Breite x vorkommen (bei konstanter Fläche A = 20cm^2). Die Höhe berechnet sich mit Fläche geteilt durch Breite, also jeweils A : x = y

x (Breite)	y (Höhe)
1 cm	20 cm
2 cm	10 cm
3 cm	6.667 cm
4 cm	5 cm
5 cm	4 cm

Diese Werte übertragen wir in die Grafik.



b) Die Funktionsgleichung lautet:
x → y = $\frac{20}{x}$

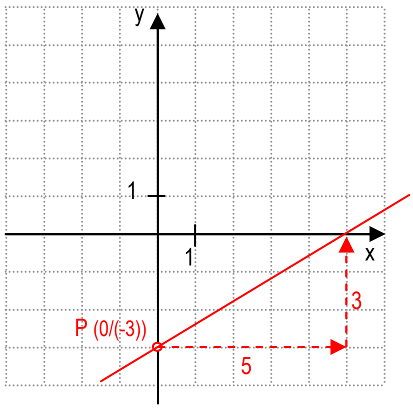
Die Zahl 4 steht hier, weil das konstante h = 4cm (also statt y = hx)

c) **Dies ist keine lineare Funktion. Denn 1. entspricht die Gleichung nicht der allgemeinen Form und 2. ist das Bild im Koordinatensystem keine Gerade**

Seiten 11/12
Schneiden von Geraden / Gleichungssysteme

1

a) Gerade zeichnen: 1. Achsenabschnitt + (-3) → Schnittpunkt mit y-Achse eintragen (0/(-3))
Danach die Steigung abtragen:
$\frac{3}{5} \rightarrow \frac{\text{3 in y-Richtung}}{\text{5 in x-Richtung}}$



b) Schnittpunkt mit der 45°-Gerade (deren Gleichung lautet x → y = x
Es entsteht ein Gleichungssystem:

$$\left| \begin{array}{l} y = x \\ y = \frac{3}{5}x + (-3) \end{array} \right|$$

Anwenden des Gleichsetzungsverfahrens (z.B.):

$x = \frac{3}{5}x + (-3)$ ¦¦ • 5
$5x = 3x + (-15)$ ¦¦ -3x
$2x = (-15)$ ¦¦ : 2
$x = (-7.5)$

Dieses x eingesetzt in die Gleichung 1 ergibt den Schnittpunkt
Koordinaten des Schnittpunktes: **P_S ((-7.5) / (-7.5))**

c) Schnittpunkt mit der x-Achse (deren Gleichung lautet x → y = 0. Es entsteht ein Gleichungssystem:

$$\left| \begin{array}{l} y = 0 \\ y = \frac{3}{5}x + (-3) \end{array} \right|$$

Anwenden des Gleichsetzungsverfahrens (z.B.):
$0 = \frac{3}{5}x + (-3)$ ¦¦ • 5
$0 = 3x + (-15)$ ¦¦ -3x
$(-3x) = (-15)$ ¦¦ : (-3)
$x = 5$

Dieses x eingesetzt in die Gleichung 1 ergibt den Schnittpunkt
Koordinaten des Schnittpunktes: **P_S (5 / 0)**

d) Schnittpunkt mit der gegebenen Gerade mit der Gleichung lautet x → y = 5x + 1.4. Wieder entsteht ein Gleichungssystem:

$$\left| \begin{array}{l} y = 5x + 1.4 \\ y = \frac{3}{5}x + (-3) \end{array} \right|$$

Anwenden des Gleichsetzungsverfahrens (z.B.):
$5x + 1.4 = \frac{3}{5}x + (-3)$ ¦¦ • 5
$25x + 7 = 3x + (-15)$ ¦¦ -3x
$22x + 7 = (-15)$ ¦¦ - 7
$22x = (-22)$ ¦¦ : 22
$x = (-1)$

Dieses x eingesetzt in die Gleichung 1 ergibt für den Schnittpunkt:
$y = 5 \bullet$ **(-1)** $+1.4$ ¦¦ v
$y = (-5) + 1.4$ ¦¦ v
$y = (-3.6)$

Die Koordinaten des Schnittpunktes sind also: **P_S ((-1) / (-3.6))**

2

a)

$$\left| \begin{array}{ll} 5x + 2y & = 57 \\ 8x - 2y & = 60 \end{array} \right| \downarrow +$$

Koeffizienten von y sind gleich (2y), Vorzeichen verschieden → Addition

$13x = 117$ ¦¦ : 13
$x = 9$

→ Einsetzen in Gleichung z.B. 1: $5 \bullet \mathbf{9} + 2y = 57$ → $45 + 2y = 57$
$2y = 12$ → $y = 6$

x = 9 ; y = 6 → 𝕃 = { 9 / 6 }

b)

$$\left| \begin{array}{ll} 4x + 3y & = 4 \\ 5x - 2y & = 51 \end{array} \right| \xrightarrow[\bullet 4]{\bullet 5} \left| \begin{array}{ll} 20x + 15y & = 20 \\ 20x - 8y & = 204 \end{array} \right| \downarrow -$$

Gleiche Koeffizienten schaffen (Multiplikation)
Danach Subtraktion (weil gleiche Vorzeichen)

$23y = (-184)$ ¦¦ : 23 Achtung: +15y-(-8y)!!!
$y = (-8)$

→ Einsetzen in Gleichung z.B. 1: $4x + 3\bullet$**(-8)** $= 4$ → $4x - 24 = 4$
$4x = 28$ → $x = 7$

x = 7 ; y = (-8) → 𝕃 = { 7 / (-8) }

Seite 12 / 13
Schneiden von Geraden / Gleichungssysteme

2

c)

$$\left|\begin{array}{ll} 4x + y & = 30 \\ 3y & = x - 1 \end{array}\right. \xrightarrow[\bullet 4,\ \text{umstellen}]{} \left|\begin{array}{ll} 4x + y & = 30 \\ (-4x) + 12y & = (-4) \end{array}\right. \ \downarrow \oplus$$

Gleiche Koeffizienten schaffen (Multiplikation)
Danach Addition (weil verschiedene VZ)

$$\begin{array}{lll} 13y & = 26 & \mid :13 \\ y & = 2 & \end{array}$$

➔ Einsetzen in Gleichung z.B. 2: $3\bullet 2 = x - 1$ ➔ $6 = x - 1$ ➔ $7 = x$

x = 7 ; y = 2 ➔ 𝕃 = { 7 / 2 }

d)

$$\left|\begin{array}{ll} (-4x) + 6y & = 4 \\ y - 3x & = 2 \end{array}\right. \xrightarrow[\bullet 4,\ \text{umstellen}]{\bullet 3} \left|\begin{array}{ll} (-12x) + 18y & = 12 \\ (-12x) + 4y & = 8 \end{array}\right. \ \downarrow \oplus$$

Gleiche Koeffizienten schaffen (Multiplikation)
Danach Subtraktion (weil gleiche VZ)

$$\begin{array}{lll} 14y & = 4 & \mid :14 \\ y & = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} & \end{array}$$

➔ Einsetzen in Gleichung z.B. 2: $\frac{2}{7} - 3x = 2$ ➔ $2 - 21x = 14$ ➔ $(-21x) = 12$ ➔ $x = \left(-\frac{12}{21}\right) = \left(-\frac{4}{7}\right)$

$x = \left(-\frac{4}{7}\right)$; $y = \frac{2}{7}$ ➔ 𝕃 = $\left\{ \left(-\frac{4}{7}\right) / \frac{2}{7} \right\}$

3

a)

$$\left|\begin{array}{l} \frac{4x}{5} + \frac{y}{3} = -2 \\ \frac{5y}{3} - \frac{3x}{10} = 33 \end{array}\right. \xrightarrow[\bullet 30\ \text{(Nenner weg)}]{\bullet 15\ \text{(Nenner weg)}} \left|\begin{array}{ll} 12x + 5y & = (-30) \\ 50y\ -9x & = 990 \end{array}\right. \xrightarrow[\text{umstellen}]{\bullet 10} \left|\begin{array}{ll} 120x + 50y & = (-300) \\ (-9x) + 50y & = 990 \end{array}\right. \ \downarrow \ominus$$

$$\begin{array}{lll} 129x & = (-1290) & \mid :129 \\ x & = (-10) & \end{array}$$

➔ Einsetzen in (nennerfreie) Gleichung z.B. Gl.1: $12\bullet(\mathbf{-10}) + 5y = (-30)$ ➔ $(-120) + 5y = (-30)$ ➔ $5y = 90$ ➔ $y = 18$

x = (-10) ; y = 18 ➔ 𝕃 = { (-10) / 18 }

b)

$$\left|\begin{array}{l} 4x - \frac{5y}{6} = \left(-\frac{2}{3}\right) \\ \frac{2x}{5} + 3y = 32 \end{array}\right. \xrightarrow[\bullet 5\ \text{(Nenner weg)}]{\bullet 6\ \text{(Nenner weg)}} \left|\begin{array}{ll} 24x - 5y & = (-4) \\ 2x\ + 15y & = 160 \end{array}\right. \xrightarrow{\bullet 3} \left|\begin{array}{ll} 72x - 15y & = (-12) \\ 2x + 15y & = 160 \end{array}\right. \ \downarrow \oplus$$

$$\begin{array}{lll} 74x & = 148 & \mid :74 \\ x & = 2 & \end{array}$$

➔ Einsetzen in (nennerfreie) Gleichung z.B. Gl.2: $2\bullet\mathbf{2} + 15y = 160$ ➔ $4 + 15y = 160$ ➔ $15y = 156$ ➔ $y = \frac{156}{15} = \frac{52}{5}$

x = 2 ; y = $\frac{52}{5}$ ➔ 𝕃 = { 2 / 10.4 }

c)

$$\left|\begin{array}{ll} 3x - 2 & = 5y \\ 2y = 4x - 1 & \end{array}\right. \xrightarrow[\text{Umstellen}]{} \left|\begin{array}{ll} 3x - 2 & = 5y \\ (-4x) + 1 & = (-2y) \end{array}\right. \xrightarrow[\bullet 3]{\bullet 4} \left|\begin{array}{ll} 12x - 8 & = 20y \\ (-12x) + 3 & = (-6y) \end{array}\right. \ \downarrow \oplus$$

$$\begin{array}{lll} (-5) & = 14y & \mid :14 \\ \left(-\frac{5}{14}\right) & = y & \end{array}$$

➔ Einsetzen in (nennerfreie) Gleichung z.B. Gl.1: $3x - 2 = 5\bullet\left(-\mathbf{\frac{5}{14}}\right)$ ➔ $42x - 28 = (-25)$ ➔ $42x = 3$ ➔ $x = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$

$x = \frac{1}{14}$; $y = \left(-\frac{5}{14}\right)$ ➔ 𝕃 = $\left\{ \frac{1}{14} / \left(-\frac{5}{14}\right) \right\}$

Seiten 13/ 14
Schneiden von Geraden / Gleichungssysteme

3 d)

$$\begin{vmatrix} 2.4x = 3y - 2 \\ 1.5y = 3x - 1 \end{vmatrix} \xrightarrow[\bullet 2]{} \begin{vmatrix} 2.4x = 3y - 2 \\ 3y = 6x - 2 \end{vmatrix}$$

Hier verwende ich für einmal das Einsetzungsverfahren (also für **3y schreiben wir 6x – 2**)

die 1. Gleichung heisst also neu:

$$\begin{aligned} 2.4x &= 6x-2 - 2 && \| \text{ v} \\ 2.4x &= 6x - 4 && \| \bullet 10 \\ 24x &= 60x - 40 && \| - 60x \\ (-36x) &= (-40) && \| : (-36) \\ x &= \frac{40}{36} = \frac{10}{9} \end{aligned}$$

➔ Einsetzen in (nennerfreie) Gleichung z.B. Gl.2:

$3y = 6 \bullet \mathbf{\frac{10}{9}} - 2$ ➔ $3y = \mathbf{\frac{60}{9}} - 2$ ➔ $27y = 60 - 18$ ➔ $27y = 42$ ➔ $y = \frac{42}{27} = \frac{14}{9}$

$\mathbf{x = \frac{10}{9}\ ;\ y = \frac{14}{9}}$ ➔ $\mathbb{L} = \{ \mathbf{\frac{10}{9} / \frac{14}{9}} \}$

4 a)

1. Gleichung erstellen: Zwei Zahlen unterscheiden sich um (-4) ➔ $x - y = (-4)$
2. Gleichung erstellen: … ergeben die Summe von (-12) ➔ $x + y = (-12)$

Gleichungen addieren (versch. Vorzeichen bei y)

$$\begin{aligned} 2x &= (-16) && \| : 2 \\ x &= (-8) \end{aligned}$$

In eine Gleichung einsetzen: $\mathbf{(-8)} + y = (-12)$ ➔ $y = (-4)$

➔ **Die beiden Zahlen heissen (-4) und (-8)**

b)

1. Gleichung erstellen: Erste Zahl ist 2.5 mal die Zweite ➔ $x = 2.5y$
2. Gleichung erstellen: …Zusammen ergeben sie 63 ➔ $x + y = 63$

<u>umstellen der ersten Gleichung:</u>

$$\begin{vmatrix} x - 2.5y = 0 \\ x + y = 63 \end{vmatrix}$$

Gleichungen subtrahieren (gleiche Vorzeichen bei x)

$$\begin{aligned} (-3.5y) &= (-63) && \| \bullet : (-3.5) \\ y &= 18 \end{aligned}$$

In eine Gleichung einsetzen: $x = 2.5 \bullet \mathbf{18}$ ➔ $x = 45$

➔ **Die beiden Zahlen heissen 45 und 18**

c)

1. Gleichung erstellen: Doppelte Summe ist 36➔ $2(x + y) = 36$
2. Gleichung erstellen: Neunfache Differenz ist 36 ➔ $9(x - y) = 36$

<u>vereinfachen der Gleichungen:</u>

$$\begin{vmatrix} 2x + 2y = 36 \\ 9x - 9y = 36 \end{vmatrix}$$

<u>Gleiche Koeffizienten schaffen (z.B. vor x):</u>

1. Gleichung mit 9 multiplizieren➔ $18x + 18y = 324$
2. Gleichung mit 2 multiplizieren ➔ $18x - 18y = 72$

Gleichungen z.B. subtrahieren (gleiche Vorzeichen bei x)

$$\begin{aligned} 36y &= 252 \\ y &= 7 \end{aligned}$$

In eine Gleichung einsetzen: $2x + 2 \bullet \mathbf{7} = 36$ ➔ $2x + 14 = 36$ ➔ $2x = 22$ ➔ $x = 11$

➔ **Die beiden Zahlen heissen 7 und 11**

Seite 15
Schneiden von Geraden / Gleichungssysteme

4

d)

1. Gleichung: ..zum sechsfachen der einen das dreifache der zweiten = 54 ➔ $6x + 3y = 54$
2. Gleichung: Dreifaches der zweiten minus 5 gleich erste Zahl ➔ $3y - 5 = x$

<u>Einsetzungsverfahren verwenden: (x = 3y – 5)</u>

Gleichungen z.B. subtrahieren (gleiche Vorzeichen bei x)

$$
\begin{aligned}
6\mathbf{(3y-5)} + 3y &= 54 && \| \text{ v}\\
18y - 30 + 3y &= 54 && \| \text{ v}\\
21y - 30 &= 54 && \| +30\\
21y &= 84 && \| :21\\
y &= 4
\end{aligned}
$$

In eine Gleichung einsetzen: x = 3•**4** - 5 = ➔ x = 12 - 5 ➔ x = 7

➔ **Die beiden Zahlen heissen 7 und 4**

e)

Der ursprüngliche Bruch hat die Form $\frac{x}{y}$. Von dieser Annahme können wir nachher die Gleichungen aufschreiben:

1. Gleichung: .Addiert man zum Zähler eines Bruchs 17 → Wert: $\frac{3}{2}$ ➔ $\frac{x+17}{y} = \frac{3}{2}$
2. Gleichung: Subtrahiert man vom Nenner 18 → Wert 2 ➔ $\frac{x}{y-18} = 2$

<u>vereinfachen der Gleichungen (Nenner wegschaffen):</u>
1. Gleichung mit 2y multiplizieren $2x + 34 = 3y$
2. Gleichung mit (y-18) multiplizieren $x = 2y-36$

<u>Einsetzungsverfahren anwenden (z.B.) ➔ für x schreiben wir 2y - 36:</u>

Gleichungen z.B. subtrahieren (gleiche Vorzeichen bei x)

$$
\begin{aligned}
2\mathbf{(2y-36)} + 34 &= 3y && \| \text{ v}\\
4y - 72 + 34 &= 3y && \| \text{ v}\\
4y - 38 &= 3y && \| -4y\\
(-38) &= (-y) && \| :(-1)\\
38 &= y
\end{aligned}
$$

In eine Gleichung einsetzen: x = 2•**38** - 36 = ➔ x = 76- 36 ➔ x = 40

➔ **Der ursprüngliche Bruch ist $\frac{x}{y} = \frac{40}{38}$** (dieser wird nicht gekürzt, da er in ursprünglicher Form gesucht ist)

<u>Hinweis:</u>

Jedes Gleichungssystem kann mit jedem der drei Verfahren (Gleichsetzung, Einsetzung, Addition) aufgelöst werden. Man kann sich also auf eines konzentrieren, wenn man will.

Ich habe hier versucht, alle Verfahren anzuwenden, um etwas geistige Abwechslung zu haben…. Auch das schadet nicht. Die Ergebnisse sind aber nach allen Verfahren die Gleichen. Somit ist die Überprüfbarkeit gegeben.