

Seiten 5 / 6
Produkt von zwei Binomen / Binome in Trinome verwandeln

1	a)	$(r + 8)(s - 11) = rs - 11r + 8s - 88$		
	b)	$(x + 3)(x - 8) = x^2 - 8x + 3x - 24 = x^2 - 5x - 24$		
	c)	$(19y + 3)(8 - 4y) = 152y - 76y^2 + 24 - 12y = -76y^2 + 140y + 24$ (korrekt ordnen!)		
	d)	$(x - 2)(x + 9) = x^2 + 9x - 2x - 18 = x^2 + 7x - 18$		
	e)	$(4y - 9)(6y + 8) = 24y^2 + 32y - 54y - 72 = 24y^2 + 22y - 72 = 2(12y^2 + 11y - 36)$		
	f)	$(a + 4)(a + 8) = a^2 + 8a + 4a + 32 = a^2 + 12a + 32$		
	g)	$(-5s + 3)(s - 3) = -5s^2 + 15s + 3s - 9 = -5s^2 + 18s - 9$		
	h)	$(c + 5)(c - 2) = c^2 - 2c + 5c - 10 = c^2 + 3c - 10$		
	2	a)	$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$, weil $-1 \cdot -2 = +2$ und $-1 + -2 = -3$	
		b)	$x^2 - 14x + 49 = (x - 7)(x - 7)$, weil $-7 \cdot -7 = +49$ und $-7 + -7 = -14$	
		c)	$y^2 - y - 72 = (x - 9)(x + 8)$, weil $-9 \cdot +8 = -72$ und $-9 + 8 = -1$	
		d)	$2x^2 + 8x + 6 = 2(x^2 + 4x + 3) = 2(x + 3)(x + 1)$, weil $1 \cdot 3 = +3$ und $1 + 3 = +4$	
		e)	$b^2 + 3b - 28 = (b - 4)(b + 7)$, weil $-4 \cdot +7 = -28$ und $-4 + 7 = +3$	
		f)	$5x^2 + 35x - 90 = 5(x^2 + 7x - 18) = 5(x - 2)(x + 9)$, weil $-2 \cdot +9 = -18$ und $-2 + 9 = +7$	
		g)	$16x^2 - 32x + 15 = (4x - 3)(4x - 5)$, zuerst $-32:4=-8$ (wegen 4x), dann $-3 \cdot -5 = +15$ und $-3 + -5 = -8$	
		h)	$m^2 - 16m + 55 = (m - 5)(m - 11)$, weil $-5 \cdot -11 = +55$ und $-5 + -11 = -16$	
	3	a)	$(x + 5)(x - 7) = x(3 + x)$ umformen $x^2 - 2x - 35 = 3x + x^2$ $-x^2$ $-2x - 35 = 3x$ $+ 2x$ (x isolieren, da lineare Gleichung!) $-35 = 5x$ $: 5$ $-7 = x$ $\mathbb{L} = \{-7\}$	
		b)	$(x - 2)(6x - 17) = (2x - 1)(3x - 13)$ umformen $6x^2 - 29x + 34 = 6x^2 - 29x + 13$ $-6x^2$ $-29x + 34 = -29x + 13$ $+ 29x$ (x isolieren, da lineare Gleichung!) $34 = 13$ diese Aussage ist falsch $\mathbb{L} = \{ \}$	
		c)	$(x + 5)(x + 5) - 18 = (x - 4)(x + 7)$ umformen $x^2 + 10x + 25 - 18 = x^2 + 3x - 28$ vereinfachen $x^2 + 10x + 7 = x^2 + 3x - 28$ $-x^2$ $10x + 7 = 3x - 28$ $- 3x - 7$ (x isolieren, da lineare Gleichung!) $7x = -35$ $: 7$ $x = -5$ $\mathbb{L} = \{-5\}$	
		d)	$(x - 5)(x - 5) - 3(x + 1) = 10$ umformen $x^2 - 10x + 25 - 3x - 3 = 10$ vereinfachen $x^2 - 13x + 22 = 10$ -10 (Quadratische Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) $x^2 - 13x + 12 = 0$ in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichung) $(x - 12)(x - 1) = 0$ Fallunterscheidung Fall 1: $x - 12 = 0 \rightarrow x_1 = 12$ Fall 2: $x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1$ $\mathbb{L} = \{1, 12\}$	

Seite 8
Binomische Formeln

1	a)	$(13 + y)^2 = 169 + 26y + y^2 = y^2 + 26y + 169$ (geordnet)	1. Binomische Formel
	b)	$(4d + 2)^2 = 16d^2 + 16d + 4$	1. Binomische Formel
	c)	$(5a - 4c)^2 = 25a^2 - 40ac + 16c^2$	2. Binomische Formel
	d)	$(5d + 6c)(5d - 6c) = 25d^2 - 36c^2 = -36c^2 + 25d^2$ (geordnet)	3. Binomische Formel
	e)	$(14x - 13y)(14x - 13y) = 196x^2 - 364xy + 169y^2$	2. Binomische Formel
	f)	$(a\sqrt{8} - x\sqrt{2})^2 = 8a^2 - 2 \cdot a \cdot x \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} + 2x^2$ $= 8a^2 - 2 \cdot a \cdot x \cdot \sqrt{16} + 2x^2$ $= 8a^2 - 2 \cdot a \cdot x \cdot 4 + 2x^2$ $= 8a^2 - 8ax + 2x^2 = 2(4a^2 - 4ax + x^2) = 2(2a - x)^2$	2. Binomische Formel
	g)	$(5s + 3)^2 = 25s^2 + 30s + 9$	1. Binomische Formel
	h)	$(3a - 4c)^2 = 9a^2 - 24ac + 16c^2$	2. Binomische Formel
	i)	$(5d + 2)^2 = 25d^2 + 20d + 4$	1. Binomische Formel
	k)	$(4h + 5i)(5i - 4h) = (5i + 4h)(5i - 4h) = 25i^2 - 16h^2 = -16h^2 + 25i^2$	3. Binomische Formel

2	a)	$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$	2. Binomische Formel	
	b)	$p^2 - 2pv + v^2 = (p - v)^2$	2. Binomische Formel	
	c)	$16r^2 - 8r + 1 = (4r - 1)^2$	2. Binomische Formel	
	d)	$9u^2 + 30u + 25 = (3u + 5)^2$	1. Binomische Formel	
	e)	$q^2 - 0,5q - 0,36 = (q - 0,9)(q + 0,4)$, weil $-0,9 \cdot 0,4 = 0,36$ und $-0,9 + 0,4 = -0,5$	keine Binomische Formel	
	f)	$144x^2 - 225 = (12x - 15)(12x + 15)$	3. Binomische Formel	
	g)	$196s^2 - 289 = (14s - 17)(14s + 17)$	3. Binomische Formel	
	h)	$64a^2b^2 - 9c^2 = (8ab - 3c)(8ab + 3c)$	3. Binomische Formel	
	i)	$9p^2 + 6p + 1 = (3p + 1)^2$	1. Binomische Formel	
	k)	$49x^2 - 28x + 4 = (7x - 2)^2$	2. Binomische Formel	
	3	a)	$(x - 5)^2 - (3 - 5x) = 16$ $x^2 - 10x + 25 - 3 + 5x = 16$ $x^2 - 5x + 22 = 16$ $x^2 - 5x + 6 = 0$ $(x - 2)(x - 3) = 0$ 1. Fall: $x - 2 = 0 \rightarrow x_1 = 2$ 2. Fall: $x - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3$	umformen vereinfachen -16 (Quadratische Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichung) Fallunterscheidung IL = { 2; 3 }
		b)	$(x - 4)(x + 4) = (2 - x)(x - 8)$ $x^2 - 16 = 2x - 16 - x^2 + 8x$ $x^2 - 16 = -x^2 + 10x - 16$ $2x^2 - 16 = 10x - 16$ $2x^2 - 10x = 0$ $2x(x - 5) = 0$ 1. Fall: $2x = 0 \rightarrow x_1 = 0$ 2. Fall: $x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = 5$	umformen vereinfachen +x ² -10x + 16 (Quadr. Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) ausklammern (Produktform bei quadr. Gleichung) Fallunterscheidung IL = { 0, 5 }
		c)	$y^2 - 2(y + 4)^2 = (y - 1)^2 - 3y(y + 2)$ $y^2 - 2(y^2 + 8y + 16) = y^2 - 2y + 1 - 3y^2 - 6y$ $y^2 - 2y^2 - 16y - 32 = -2y^2 - 8y + 1$ $-y^2 - 16y - 32 = -2y^2 - 8y + 1$ $y^2 - 8y - 33 = 0$ $(y - 11)(y + 3) = 0$ 1. Fall: $y - 11 = 0 \rightarrow y_1 = 11$ 2. Fall: $y + 3 = 0 \rightarrow y_2 = -3$	umformen vereinfachen vereinfachen +2y ² + 8y - 1 (Quadr. Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichung) Fallunterscheidung IL = { -3, 11 }
d)		$18x = x^2 + 81$ $0 = x^2 - 18x + 81$ $0 = (x - 9)^2$ 1. Fall: $x - 9 = 0 \rightarrow x_1 = 9$ 2. Fall: $x - 9 = 0 \rightarrow x_2 = 9$	-18x (Quadratische Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichung) Fallunterscheidung (hier fallen beide Fälle zusammen) IL = { 9 }	
e)		$x^2 + 11x + 18 = 0$ $(x + 9)(x + 2) = 0$ 1. Fall: $x + 9 = 0 \rightarrow x_1 = -9$ 2. Fall: $x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -2$	in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichung) Fallunterscheidung (hier fallen beide Fälle zusammen) IL = { -9, -2 }	
f)		$(2x - 4)(x + 6) = (x + 7)^2 - 57$ $2x^2 + 8x - 24 = x^2 + 14x + 49 - 57$ $2x^2 + 8x - 24 = x^2 + 14x - 8$ $x^2 - 6x - 16 = 0$ $(x + 2)(x - 8) = 0$ 1. Fall: $x + 2 = 0 \rightarrow x_1 = -2$ 2. Fall: $x - 8 = 0 \rightarrow x_2 = 8$	umformen vereinfachen -x ² - 14x + 8 (Quadr. Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichung) Fallunterscheidung IL = { -2, 8 }	
g)		$2(y + 1)(y - 7) = 3(3 - y)^2 - (2y)^2 + 31$ $2(y^2 - 6y - 7) = 3(9 - 6y + y^2) - 4y^2 + 31$ $2y^2 - 12y - 14 = 27 - 18y + 3y^2 - 4y^2 + 31$ $2y^2 - 12y - 14 = -y^2 - 18y + 58$ $3y^2 + 6y - 72 = 0$ $3(y^2 + 2y - 24) = 0$ $3(y + 6)(y - 4) = 0$ 1. Fall: $y + 6 = 0 \rightarrow y_1 = -6$ 2. Fall: $y - 4 = 0 \rightarrow y_2 = +4$	umformen vereinfachen vereinfachen +y ² + 18y - 58 (Quadr. Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) ausklammern in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichungen) Fallunterscheidung IL = { -6, 4 }	

Seiten 8 / 9 / 10
Binomische Formeln

3	h)	$(x-5)^2 - 3(x+1) = 10$ $x^2 - 10x + 25 - 3x - 3 = 10$ $x^2 - 13x + 22 = 10$ $x^2 - 13x + 12 = 0$ $(x-12)(x-1) = 0$ 1. Fall: $x-12=0 \rightarrow x_1=12$ 2. Fall: $x-1=0 \rightarrow x_2=1$	umformen vereinfachen -10(Quadr.Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichung) Fallunterscheidung IL = { 1, 12 }
	i)	$(3y-2)(3y+2) + 38y = (5y+3)(y+7)$ $9y^2 - 4 + 38y = 5y^2 + 38y + 21$ $4y^2 - 25 = 0$ $(2y-5)(2y+5) = 0$ 1. Fall: $2y-5=0 \rightarrow 2y=5 \rightarrow y_1 = \frac{5}{2}$ 2. Fall: $2y+5=0 \rightarrow 2y=-5 \rightarrow y_2 = -\frac{5}{2}$	umformen -5y - 38y - 21 (Quadr.Gleichung, darum eine Seite = 0 setzen) in Binom umschreiben (Produktform bei quadr. Gleichung) Fallunterscheidung IL = { -\frac{5}{2}, \frac{5}{2} } oder IL = { -2.5, 2.5 }
4	a)	Zahl : x vergrößerte Zahl : x+ 11 <u>Gleichung</u> $(x+11)^2 - 913 = x^2$ $x^2 + 22x + 121 - 913 = x^2$ $x^2 + 22x - 792 = x^2$ $22x - 792 = 0$ $22x = 792$ $x = 36$	IST - Zustand Veränderter Zustand (vergrößert man eine Zahl um 11) Gleichung aufstellen: Quadrat neue Zahl ist um 913 grösser als Quadrat alte Zahl. umformen vereinfachen -x ² + 792 (lineare Gleichung, also x isolieren) : 22 = { 36 } Die Zahlen heissen 36 und 47.
	b)	Zahl 1 : x Zahl 2 : 45 - x (weil Summe = 45) Zahl 1 neu : x - 13 Zahl 2 neu : 45 - x - 13 = 32 - x <u>Gleichung</u> $(x-13)^2 - (32-x)^2 = 133$ $x^2 - 26x + 169 - 1024 + 64x - x^2 = 133$ $38x - 855 = 133$ $38x = 988$ $x = 26$	IST - Zustand Veränderter Zustand (verkleinert man beide um 13) Gleichung aufstellen: ..ist die Differenz der Quadrate gleich 133 umformen vereinfachen + 855 (lineare Gleichung, also x isolieren) : 38 = { 26 } Die Zahlen heissen 19 und 26.

Seite 11
Kürzen von Bruchtermen

1	a)	$\frac{(14x^2y + 35xy^2)}{21xy} = \frac{7xy(2x+5y)}{21xy} = \frac{2x+5y}{3}$
	b)	$\frac{(a^2-9)}{a^2+3a} = \frac{(a+3)(a-3)}{a(a+3)} = \frac{a-3}{a}$
	c)	$\frac{y^2-11y+30}{2y^2-6y-36} = \frac{(y-6)(y-5)}{2(y^2-3y-18)} = \frac{(y-6)(y-5)}{2(y-6)(y+3)} = \frac{y-5}{2(y+3)}$
	d)	$\frac{18-3x}{x^2-12x+36} = \frac{3(6-x)}{(x-6)^2} = \frac{-3(-6+x)}{(x-6)^2} = \frac{-3(x-6)}{(x-6)^2} = \frac{-3}{x-6}$ (Trick: (6-x) = -(-6+x), also (-1) ausklammern)
	e)	$\frac{36-y^2}{3y^2+36y+108} = \frac{(6-y)(6+y)}{3(y^2+12y+36)} = \frac{(6-y)(6+y)}{3(y+6)^2} = \frac{6-y}{3(y+6)}$
	f)	$\frac{4a^2-20ab+25b^2}{2ac-5bc} = \frac{(2a-5b)^2}{c(2a-5b)} = \frac{2a-5b}{c}$

Seite 13

Addition und Subtraktion von Bruchtermen

- 1 a) $\frac{2x}{3} + \frac{4x}{3} = \frac{2x+4x}{3} = \frac{6x}{3} = 2x$
- b) $\frac{6x-3z}{2a} - \frac{4x-3z}{2a} = \frac{6x-3z-4x+3z}{2a} = \frac{2x}{2a} = \frac{x}{a}$
- c) $\frac{2b}{15c} + \frac{8b+3}{9c} = \frac{6b+5(8b+3)}{45c} = \frac{6b+40b+15}{45c} = \frac{46b+15}{45c}$
- d) $\frac{a}{a+b} + 1 = \frac{a+(a+b)}{a+b} = \frac{a+a+b}{a+b} = \frac{2a+b}{a+b}$
- e) $4a - \frac{4a^2+5}{a-1} = \frac{4a(a-1) - (4a^2+5)}{a-1} = \frac{4a^2-4a-4a^2-5}{a-1} = \frac{-4a-5}{a-1} = \frac{-(4a+5)}{a-1} = -\frac{4a+5}{a-1}$ oder $\frac{4a+5}{1-a}$
- f) $\frac{3x}{2x-5} - \frac{x}{2x+5} - \frac{4x}{4x^2-25} = \frac{3x}{2x-5} - \frac{x}{2x+5} - \frac{4x}{(2x-5)(2x+5)} = \frac{3x(2x+5) - x(2x-5) - 4x}{(2x-5)(2x+5)} = \frac{6x^2+15x-2x^2+5x-4x}{(2x-5)(2x+5)}$
 $= \frac{4x^2+16x}{(2x-5)(2x+5)} = \frac{4x(x+4)}{(2x-5)(2x+5)}$
- g) $\frac{a-2}{(a-4)^2} - \frac{a-2}{a^2-7a+12} = \frac{a-2}{(a-4)^2} - \frac{a-2}{(a-3)(a-4)} = \frac{(a-2)(a-3) - (a-2)(a-4)}{(a-3)(a-4)^2} = \frac{a^2-5a+6 - (a^2-6a+8)}{(a-3)(a-4)^2}$
 $= \frac{a^2-5a+6-a^2+6a-8}{(a-3)(a-4)^2} = \frac{a-2}{(a-3)(a-4)^2}$
- h) $\frac{m+2}{m^2-10m+24} + \frac{3}{m-4} = \frac{m+2}{(m-6)(m-4)} + \frac{3}{m-4} = \frac{(m+2)+3(m-6)}{(m-6)(m-4)} = \frac{m+2+3m-18}{(m-6)(m-4)} = \frac{4m-16}{(m-6)(m-4)}$
 $= \frac{4(m-4)}{(m-6)(m-4)} = \frac{4}{m-6}$
- i) $\frac{2a-b}{2a-2b} - \frac{a-b}{3a+3b} - \frac{b(3b-a)}{3a^2-3b^2} = \frac{2a-b}{2(a-b)} - \frac{a-b}{3(a+b)} - \frac{b(3b-a)}{3(a-b)(a+b)}$
 $= \frac{3(a+b)(2a-b) - (2(a-b)(a-b)) - (2b(3b-a))}{6(a-b)(a+b)}$
 $= \frac{3(2a^2+ab-b^2) - (2(a^2-2ab+b^2)) - (6b^2-2ab)}{6(a-b)(a+b)}$
 $= \frac{6a^2+3ab-3b^2-2a^2+4ab-2b^2-6b^2+2ab}{6(a-b)(a+b)} = \frac{4a^2+9ab-11b^2}{6(a-b)(a+b)}$

Seite 15

Multiplikation und Division von Bruchtermen

- 1 a) $\frac{a+b}{c} \cdot \frac{a-b}{c} = \frac{(a+b)(a-b)}{c} = \frac{a^2-b^2}{c}$
- b) $\frac{m-n}{3m} \cdot \frac{5m}{2m-2n} = \frac{m-n}{3m} \cdot \frac{5m}{2(m-n)} = \frac{5}{6}$
- c) $\frac{4fg}{h} \cdot \frac{2fg}{h} = \frac{4fg}{h} \cdot \frac{h}{2fg} = 2$
- d) $\frac{m^2-mn}{5} : (3m-3n) = \frac{m^2-mn}{5} : \frac{3m-3n}{1} = \frac{m(m-n)}{5} \cdot \frac{1}{3(m-n)} = \frac{m}{15}$
- e) $\frac{a^2-b^2}{8x^2} \cdot \frac{10x}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b)}{8x^2} \cdot \frac{10x}{a-b} = \frac{5(a+b)}{4x}$
- f) $\frac{x^2y-y}{xy^2-x} \cdot \frac{xy-y}{xy+x} = \frac{y(x^2-1)}{x(y^2-1)} \cdot \frac{y(x-1)}{x(y+1)} = \frac{y(x-1)(x+1)}{x(y-1)(y+1)} \cdot \frac{x(y+1)}{y(x-1)} = \frac{x+1}{y-1}$
- g) $\frac{a^2-2a+1}{10x^2} \cdot \frac{15x^3}{2a^2-2} = \frac{(a-1)^2}{10x^2} \cdot \frac{15x^3}{2(a^2-1)} = \frac{(a-1)^2}{10x^2} \cdot \frac{15x^3}{2(a-1)(a+1)} = \frac{3x(a-1)}{4(a+1)}$
- h) $\frac{4a^2-12a+9}{a^2-10a+25} \cdot \frac{4a^2-9}{a^2-25} = \frac{(2a-3)^2}{(a-5)^2} \cdot \frac{(2a-3)(2a+3)}{(a+5)(a-5)} = \frac{(2a-3)^2}{(a-5)^2} \cdot \frac{(a+5)(a-5)}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{(2a-3)(a+5)}{(a-5)(2a+3)}$
- i) $\frac{4a^2+20ab+25b^2}{a^2-b^2} : \frac{2a+5b}{a-b} = \frac{(2a+5b)^2}{(a-b)(a+b)} \cdot \frac{a-b}{2a+5b} = \frac{2a+5b}{a+b}$

<p>1</p>	<p>a) $\frac{x+5}{4} - \frac{1-x}{6} = 4$ $3x + 15 - 2 + 2x = 48$ $5x + 13 = 48$ $5x = 35$ $x = 7$</p>	<p>• HN (12) vereinfachen -13(x isolieren, da lineare Gleichung) : 5 $\mathbb{L} = \{7\}$</p>
	<p>b) $\frac{3x-19}{15} - \frac{x}{18} = \frac{x-12}{10}$ $18x - 114 - 5x = 9x - 108$ $13x - 114 = 9x - 108$ $4x = 6$ $x = \frac{6}{4}$</p>	<p>• HN (90) vereinfachen -9x + 114 (x isolieren, da lineare Gleichung) : 4 $\mathbb{L} = \{\frac{3}{2}\}$ oder $\mathbb{L} = \{1.5\}$</p>
	<p>c) $6 - \frac{x}{6} = \frac{x-7}{3} + 2x$ $36 - x = 2x - 14 + 12x$ $36 - x = 14x - 14$ $50 = 15x$ $\frac{50}{15} = x$</p>	<p>• HN (6) vereinfachen +x + 14 (x isolieren, da lineare Gleichung) : 15 $\mathbb{L} = \{\frac{10}{3}\}$ oder $\mathbb{L} = \{3.3333\}$</p>
	<p>d) $\frac{2x-5}{3} < \frac{3x-1}{2}$ $4x - 10 < 9x - 3$ $-7 < 5x$ $-\frac{7}{5} < x$</p>	<p>• HN (6) -4x + 3 (x isolieren, da lineare Ungleichung) : 15 $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > -\frac{7}{5}\}$</p>
	<p>e) $\frac{x-7}{4} - \frac{x-4}{7} < \frac{3x-18}{14} + 1$ $7x - 49 - 4x + 16 < 6x - 36 + 28$ $3x - 33 < 6x - 8$ $-25 < 3x$ $-\frac{25}{3} < x$</p>	<p>• HN (28) vereinfachen -3x + 8 (x isolieren, da lineare Ungleichung) : 3 $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > -\frac{25}{3}\}$</p>
	<p>f) $x - \frac{4+3x}{3} \geq \frac{x}{4} + \frac{1}{6}$ $12x - 16 - 12x \geq 3x + 2$ $-16 \geq 3x + 2$ $-18 \geq 3x$ $-6 \geq x$</p>	<p>• HN (12) vereinfachen -2 (x isolieren, da lineare Ungleichung) : 15 $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq -6\}$</p>
<p>2</p>	<p>a) $x + \frac{16}{x-3} = 13$ $x(x-3) + 16 = 13(x-3)$ $x^2 - 3x + 16 = 13x - 39$ $x^2 - 16x + 55 = 0$ $(x-5)(x-11) = 0$ 1. Fall: $x - 5 = 0 \rightarrow x_1 = 5$ 2. Fall: $x - 11 = 0 \rightarrow x_2 = 11$</p>	<p>Definitionsmenge bestimmen: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$ • HN (x-3) vereinfachen -13x + 39 (eine Seite = 0 setzen, weil quadr. Gl.) in Produktform (Binome) umschreiben Fallunterscheidung Probe machen (ist x in \mathbb{D}?) $\mathbb{L} = \{5, 11\}$</p>
	<p>b) $\frac{4}{x+2} + \frac{5}{x^2-4} = \frac{15}{x-2}$ $\frac{4}{x+2} + \frac{5}{(x-2)(x+2)} = \frac{15}{x-2}$ $4(x-2) + 5 = 15(x+2)$ $4x - 8 + 5 = 15x + 30$ $4x - 3 = 15x + 30$ $-33 = 11x$ $-3 = x$</p>	<p>Nenner umformen (Binome) Definitionsmenge bestimmen: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2, 2\}$ • HN (x-2)(x+2) vereinfachen vereinfachen -4x - 30(x isolieren, da lineare Gleichung) : 11 Probe machen (ist x in \mathbb{D}?) $\mathbb{L} = \{-3\}$</p>

2	<p>c) $\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x+3} = \frac{3}{x^2+5x+6}$</p> $\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x+3} = \frac{3}{(x+2)(x+3)}$ $\frac{x(x+3) - x(x+2)}{x^2+3x-x^2-2x} = \frac{3}{(x+2)(x+3)}$ $\frac{3}{x} = \frac{3}{(x+2)(x+3)}$	<p> Nenner umformen (Binome)</p> <p> Definitionsmenge bestimmen: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3, -2\}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • HN $(x+2)(x+3)$ vereinfachen vereinfachen Probe machen (ist x in \mathbb{D}?) $\mathbb{L} = \{3\}$ <hr/> <p>d) $\frac{5}{3-x} - 1 = \frac{2}{3}$</p> $\frac{15-3(3-x)}{15-9+3x} = \frac{2(3-x)}{6-2x}$ $\frac{6+3x}{5x} = \frac{6-2x}{0}$ $x = 0$ <p> Definitionsmenge bestimmen: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • HN $3(3-x)$ vereinfachen vereinfachen + $2x - 6$ (x isolieren, weil lineare Gleichung) : 5 Probe machen (ist x in \mathbb{D}?) $\mathbb{L} = \{0\}$ <hr/> <p>e) $\frac{1}{2(x-1)} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2}$</p> $\frac{1-2}{-1} = \frac{1}{2}$ $0 = x$ <p> Definitionsmenge bestimmen: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • HN $2(x-1)$ vereinfachen + 1 (x isolieren, weil lineare Gleichung) Probe machen (ist x in \mathbb{D}?) $\mathbb{L} = \{0\}$ <hr/> <p>f) $\frac{x-7}{x+5} - \frac{x-3}{2x+10} = 2$</p> $\frac{x-7}{x+5} - \frac{x-3}{2(x+5)} = 2$ $\frac{2(x-7) - (x-3)}{2x-14-x+3} = \frac{4(x+5)}{4x+20}$ $\frac{-x-11}{-x-11} = \frac{4x+20}{4x+20}$ $-31 = 3x$ $-\frac{31}{3}$ <p> Nenner umformen (ausklammern)</p> <p> Definitionsmenge bestimmen: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-5\}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • HN $2(x+5)$ vereinfachen vereinfachen - $x - 20$ (x isolieren, da lineare Gleichung) : 3 Probe machen (ist x in \mathbb{D}?) $\mathbb{L} = \{-\frac{31}{3}\}$ <hr/> <p>g) $\frac{8}{y^2+4y-5} = \frac{4}{y^2+7y+10}$</p> $\frac{8}{(y+5)(y-1)} = \frac{4}{(y+2)(y+5)}$ $\frac{8(y+2)}{8y+16} = \frac{4(y-1)}{4y-4}$ $\frac{4y}{y} = \frac{-4y-16}{-4y-16}$ <p> Nenner umformen (Binome)</p> <p> Definitionsmenge bestimmen: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-5, -2, 1\}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • HN $(y+5)(y-1)(y+2)$ vereinfachen - $4y - 16$ (y isolieren, da lineare Gleichung) : 4 Probe machen (ist x in \mathbb{D}?) → NEIN! $\mathbb{L} = \{ \}$ <hr/> <p>h) $\frac{1}{x-7} - \frac{3}{x+7} = \frac{3x-5}{x^2-49}$</p> $\frac{1}{x-7} - \frac{3}{x+7} = \frac{3x-5}{(x-7)(x+7)}$ $\frac{(x+7) - 3(x-7)}{x+7-3x+21} = \frac{3x-5}{x^2-49}$ $\frac{-2x+28}{-2x+28} = \frac{3x-5}{x^2-49}$ $\frac{33}{5} = x$ <p> Nenner umformen (Binome)</p> <p> Definitionsmenge bestimmen: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-7, 7\}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • HN $(x+7)(x-7)$ vereinfachen vereinfachen + $2x + 5$ (x isolieren, da lineare Gleichung) : 5 Probe machen (ist x in \mathbb{D}?) $\mathbb{L} = \{\frac{33}{5}\}$
3	<p>a) $4\sqrt{x+5} = x+8$</p> $16(x+5) = (x+8)^2$ $16x+80 = x^2+16x+64$ $0 = x^2-16$ $0 = (x-4)(x+4)$ <p>1. Fall: $x-4=0 \rightarrow x_1=4$ 2. Fall: $x+4=0 \rightarrow x_2=-4$</p>	<p> quadrieren beider Seiten</p> <p> vereinfachen</p> <p> -$16x - 80$ (eine Seite = 0 weil quadratische Gl.)</p> <p> In Produkt umschreiben (Binome)</p> <p> Fallunterscheidung</p> <p>Probe für x_1: $4\sqrt{4+5} = 4+8 \rightarrow 4 \cdot 3 = 12$ (stimmt)</p> <p>Probe für x_2: $4\sqrt{-4+5} = -4+8 \rightarrow 4 \cdot 1 = 4$ (stimmt)</p> <p>$\mathbb{L} = \{-4, 4\}$</p>

<p>3</p>	<p>b) $4(\sqrt{x} + 1) = x + 8$ $4\sqrt{x} + 4 = x + 8$ $4\sqrt{x} = x + 4$ $16x = (x + 4)^2$ $16x = x^2 + 8x + 16$ $0 = x^2 - 8x + 16$ $0 = (x - 4)^2$ <u>1. Fall:</u> $x - 4 = 0 \rightarrow x_1 = 4.$ <u>2. Fall:</u> $x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4$</p>	<p> ausrechnen -4 (Wurzelterm isolieren!) quadrieren beider Seiten vereinfachen -16 x (eine Seite = 0 weil quadratische Gl.) In Produkt umschreiben (Binome) Fallunterscheidung (Fälle fallen zusammen) Probe für x_1 und x_2: $4(\sqrt{4} + 1) = 4 + 8 \rightarrow 4(2+1) = 12$ $\rightarrow 4 \cdot 3 = 12$ (stimmt) L = { 4 }</p>
<p>4</p>	<p>a) Zähler des Bruchs: 3x Nenner des Bruchs: 5x Wegen dem Verhältnis Zähler : Nenner = 3 : 5</p> <p>Veränderter Zähler : 3x - 39 Veränderter Nenner : 5x - 39 Verhältnis neu : $\frac{3x-39}{5x-39} = -\frac{3}{8}$</p> <p><u>Gleichung</u> $\frac{3x-39}{5x-39} = -\frac{3}{8}$</p> <p>$8(3x - 39) = -3(5x-39)$ $24x - 312 = -15x + 117$ $39x = 429$ $x = 11$</p> <p>Also ist der Zähler = 3x = 33 und der Nenner = 5x = 55</p>	<p>IST - Zustand</p> <p>Veränderter Zustand (Subtrahiert man von Zähler und Nenner je 39)</p> <p>Gleichung aufstellen:</p> <p> Definitionsmenge festlegen: $D = Q \setminus \{ \frac{39}{5} \}$ • HN $8(5x - 39)$ vereinfachen + 15x + 312 (lineare Gleichung, also x isolieren) : 39 Probe (ist Lösung in D?) L = { 11 }</p> <p>Der ursprüngliche Bruch heisst . $\frac{33}{55}$</p>
	<p>b) Punkte der Verlierer : x Punkte der Sieger : $x + \frac{x}{6} = \frac{7x}{6}$</p> <p>Veränderte Punkte Verlierer : $\frac{4}{5}x = \frac{4x}{5}$ Punkte der Sieger (nicht geändert) : $\frac{7x}{6}$ Neue Punktedifferenz : 33</p> <p><u>Gleichung</u> $\frac{7x}{6} = \frac{4x}{5} + 33$</p> <p>$35x = 24x + 990$ $11x = 990$ $x = 90$</p> <p>Also haben die Verlierer 90 Punkte erzielt. Die Sieger haben $x + \frac{x}{6} = \frac{7x}{6} = 90 + 15 = 105$ Punkte erzielt.</p>	<p>IST - Zustand</p> <p>Veränderter Zustand (Hätten die Verlierer nur vier Fünftel ihrer Punkte erzielt...)</p> <p>Gleichung aufstellen: .(Verlierer hätten 33 Punkte weniger als Sieger) • HN 30" - 24x (lineare Gleichung, also x isolieren) : 11 Probe (ist Lösung in D?) L = { 90 }</p> <p>Das Resultat lautet 105 : 90 Punkte.</p>

Q (mit und ohne Lösung

<p>4</p>	<p>c) Einerziffer = x Zehnerziffer := Einerziffer - 3 = x - 3</p> <p>Zahl selber = 10 • Zehnerziffer + Einerziffer</p>	<p>Ziffern untereinander vergleichen und Variablen festlegen.</p> <p>Stellenwerte beachten!</p>
-----------------	---	---

$$\begin{aligned} &= 10(x-3) + x \\ \text{Quersumme} &= \text{Zehner-} + \text{Einerziffer} \\ &= x - 3 + x = 2x-3 \end{aligned}$$

Gleichung:

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= \frac{5}{23} \cdot [10(x-3) + x] \\ 46x - 69 &= 5 \cdot [10(x-3) + x] \\ 46x - 69 &= 5 \cdot [10x - 30 + x] \\ 46x - 69 &= 50x - 150 + 5x \\ 46x - 69 &= 55x - 150 \\ 81 &= 9x \\ 9 &= x \end{aligned}$$

Die Einerziffer ist also die 9, somit ist die Zehnerziffer eine 6 ($x - 3 = 9 - 3 = 6$)

Gleichung aufstellen:

$$\text{Quersumme} = \frac{5}{23} \text{ der Zahl selber}$$

$$\begin{aligned} &|| \bullet \text{HN (23)} \\ &|| \text{vereinfachen} \\ &|| \text{vereinfachen} \\ &|| \text{vereinfachen} \\ &|| - 46x + 150 \text{ (x isolieren, weil lineare Gleichung)} \\ &|| : 9 \\ &|| \mathbb{L} = \{9\} \end{aligned}$$

Die Zahl heisst 69.

d)

Teil 1: $\frac{5}{x}$

Teil 2: ' = '

Teil 3: $\frac{8}{x-6}$

Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{5}{x} &= \frac{8}{x-6} \\ 5(x-6) &= 8x \\ 5x - 30 &= 8x \\ -30 &= 3x \\ -10 &= x \end{aligned}$$

Einzelteile der Aufgabenstellung:

„Dividiert man 5 durch eine Zahl“

erhält man gleich viel wie wenn man ...:

8 durch eine Zahl dividiert, die um 6 kleiner ist als die Unbekannte.

$$\begin{aligned} &|| \text{Definitionsmenge bestimmen: } \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0, 6\} \\ &|| \bullet \text{HN } 6(x-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &|| \text{vereinfachen} \\ &|| -5x \text{ (x isolieren, da lineare Gleichung)} \\ &|| : 3 \\ &|| \text{Probe machen (ist x in } \mathbb{D}\text{?)} \\ &|| \mathbb{L} = \{-10\} \end{aligned}$$

Die Zahl heisst -10

e)

Teil 1: $2\sqrt{x}$

Teil 2: $3x$

Teil 3: ' = x'

Gleichung:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x} - 3x &= x \\ 2\sqrt{x} &= 4x \\ 4x &= 16x^2 \\ 0 &= 16x^2 - 4x \\ 0 &= 4x(4x-1) \end{aligned}$$

1. Fall: $4x = 0 \rightarrow x_1 = 0$.

2. Fall: $4x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{1}{4}$

Einzelteile der Aufgabenstellung:

„Wenn man vom Doppelten der Wurzel der Zahl..“

„ das Dreifache der Zahl subtrahiert“

erhält man die Zahl selber

$$\begin{aligned} &|| + 3x \text{ (Wurzelterm isolieren)} \\ &|| \text{beide Seiten quadrieren} \\ &|| -4x \text{ (eine Seite} = 0 \text{, weil quadratische Gleichung)} \\ &|| \text{in Produkt umschreiben (ausklammern)} \\ &|| \text{Fallunterscheidung} \end{aligned}$$

Probe für x_1 :
 $2\sqrt{0} - 3 \cdot 0 = 0 \rightarrow 0 - 0 = 0$ (stimmt)

Probe für x_2 :
 $2\sqrt{\frac{1}{4}} - 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
 $\rightarrow 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ (stimmt)

$$\mathbb{L} = \left\{ 0, \frac{1}{4} \right\}$$

Die Zahl heisst 0 oder $\frac{1}{4}$