

Lösungen Mathematik-Dossier Rechnen mit Zahlvariablen

Seite 2 Erste Berührung mit Algebra	1	allgemeingültige Regel		Beispiele mit Zahlwerten				
		x	5	4	(-2)	3	(-12)	12
		$(2 \cdot x) - 2$	8	6	(-6)	4	(-26)	22
Seite 2 Erste Berührung mit Algebra	2	allgemeingültige Regel		Beispiele mit Zahlwerten				
		x	5	(-5)	(-2)	(-3)	(-12)	(-21)
		$(-x) + 1$	(-4)	6	3	4	13	22

Seite 3 Aufgaben mit Koeffizienten	1	a) $x = (-2)$	$3x =$	$3 \cdot (-2) = (-6)$
	b)	$x = (+3)$	$(-2x) =$	$(-2) \cdot (+3) = (-6)$
	c)	$x = (-23)$	$10x =$	$10 \cdot (-23) = (-230)$
	d)	$x = (+3)$	$(-12x) =$	$(-12) \cdot (+3) = (-36)$
	2	a) $x = (-2)$	$2x - 18 =$	$2 \cdot (-2) - 18 = (-4) - 18 = (-4) + (-18) = (-22)$
	b)	$x = (+3)$	$(-6x) + 15 =$	$(-6) \cdot 3 + 15 = (-18) + 15 = (-3)$
	c)	$x = (-23)$	$10x - 23 =$	$10 \cdot (-23) - 23 = (-230) - 23 = (-230) + (-23) = (-253)$
	d)	$x = (+3)$	$(-3x) : 3 =$	$((-3) \cdot 3) : 3 = (-9) : 3 = (-3)$
	e)	$x = (+3)$	$(-3x) + 15 : 5 =$	$((-3) \cdot 3 + 15) : 5 = (-9) + 3 = (-6)$
	f)	$x = (+3)$	$((-3x) + 15) : 3 =$	$((-3) \cdot 3 + 15) : 3 = ((-9) + 15) : 3 = 6 : 3 = 2$
	g)	$x = (+3)$	$(-3x) - (-15) =$	$((-3) \cdot 3 - (-15)) = (-9) - (-15) = (-9) + 15 = 6$

Seite 5 / 6 Addition / Termordnung	1	a) $(-12x) + 23x - 2x =$	$(-12x) + 23x + (-2x) = 11x + (-2x) = 9x$
	b)	$(-123y) + (-3x) + 15y =$	$(-3x) + (-123y) + 15y = (-3x) + [(-123y) + 15y] = (-3x) + (-108y)$ $= (-3x) - 108y = (-3) \cdot (x + 36y)$
	c)	$(-34y) + 4y - (-23x) =$	$(-34y) + 4y + 23x = (-30y) + 23x = 23x + (-30y) = 23x - 30y$
	d)	$43m + (-34)mn + 3mn =$	$43m + [(-34)mn + 3mn] = 43m + (-31mn) = 43m - 31mn = m(43 - 31n)$
	e)	$152a + (-135b) + (-15)a =$	$152a + (-15)a + (-135b) = 137a + (-135b) = 137a - 135b$
	f)	$(-89d) + (-5e) + 90e =$	$(-89d) + [(-5e) + 90e] = (-89d) + 85e$
	2	a) $(-22x) - (33y - 2x) =$	$(-22x) - 33y + 2x = (-22x) + 2x + (-33y) = (-20x) + (-33y) = (-20x) - 33y$
	b)	$(-123y) - [(-3y) + 15y] =$	$(-123y) - (-3y) - 15y = (-123y) + 3y + (-15y) = (-120y) + (-15y) = (-135y)$
	c)	$(-31y) - [89y - (-3x) + 4x] =$	$(-31y) - 89y + (-3x) - 4x = (-3x) - 4x + (-31y) - 89y$ $= [(-3x) + (-4x)] + [(-31y) + (-89y)] = (-7x) + (-120y) = (-7x) - 120y$
	d)	$3m + [(-41)mn + 33mn - 6m] =$	$3m + (-41)mn + 33mn - 6m = 3m - 6m + (-41mn) + 33mn =$ $[3m + (-6m)] + [(-41mn) + 33mn] = (-3m) + (-8mn) = (-3m) - 8mn = m((-3) - 8n)$
	e)	$[52a - (-13b)] + [(-5)a + b] =$	$52a - (-13b) + (-5)a + b = 52a + (-5a) - (-13b) + b = [52a + (-5a)] + [13b + b]$ $= 47a + 14b$
	f)	$(-9r) - [(-5e) - [9e + r] - 4e] =$	$(-9r) - [(-5e) - 9e - r - 4e] = (-9r) - (-5e) + 9e + r + 4e = (-9r) + 5e + 9e + r + 4e$ $= [(-9r) + r] + [9e + 4e + 5e] = 18e - 8r = 2[9e - 4r]$
	3	a) $(-2x) - [83 + 49x] =$	$= (-2x) - 83 - 49x = (-2x) + (-49x) + (-83) = (-51x) + (-83) = (-51x) - 83$
	b)	$[(-4x) - (-21)] + 15 =$	$= (-4x) + 21 + 15 = (-4x) + [21 + 15] = (-4x) + 36 = (-4)(x - 9)$
	c)	$[192x + (-3y)] - [(-123y) - 21x] =$	$= 192x + (-3y) - (-123y) + 21x = 192x + 21x + (-3y) + 123y = 213x + 120y$
	d)	$(-5y) - [(-11x) + (-8x)] - (-8y) =$	$= (-5y) - (-11x) - (-8x) - (-8y) = 11x + 8x + 8y + (-5y) = 19x + 3y$
	e)	$[(-x) + 23] + [(-34x) - (-83)] =$	$= (-x) + 23 + (-34x) - (-83) = (-x) + (-34x) + 23 + 83 = (-35x) + 106$

Seite 8 / 9 Distributivgesetz – Multiplikation – Division - Verbindung v. Operationen versch. Stufe	1	a) $15a : 5 =$	$15 \cdot a : 5 = 15 : 5 \cdot a = 3a$
	b)	$7x \cdot 3 =$	$7 \cdot x \cdot 3 = 7 \cdot 3 \cdot x = 21x$
	c)	$8x \cdot 3y =$	$8 \cdot x \cdot 3 \cdot y = 8 \cdot 3 \cdot x \cdot y = 24xy$
	d)	$84xy : 7y =$	$84 \cdot x \cdot y : (7 \cdot y) = 84 \cdot x \cdot y : 7 : y = (84 : 7) \cdot x \cdot (y : y) = 12x$
	e)	$12x \cdot (-3x) =$	$12 \cdot x \cdot (-3) \cdot x = 12 \cdot (-3) \cdot x \cdot x = (-36x^2)$
	f)	$12x \cdot 4xy =$	$12 \cdot x \cdot 4 \cdot x \cdot y = 12 \cdot 4 \cdot x \cdot x \cdot y = 48 \cdot x^2 \cdot y$
	g)	$21x^2y : 3xy =$	$21 \cdot x^2 \cdot y : (3 \cdot x \cdot y) = 21 \cdot x \cdot x \cdot y : 3 : x : y = (21 : 3) \cdot x \cdot (x : x) \cdot (y : y) = 7x$
	2	a) $78 - 143g =$	$13 \cdot 6 - 13 \cdot 11 \cdot g = 13(6 - 11g)$
	b)	$72rstu + 48tu =$	$3 \cdot 24 \cdot r \cdot s \cdot t \cdot u + 2 \cdot 24 \cdot t \cdot u = 24tu(3rs + 2)$
	c)	$27x^2 - 54x =$	$27 \cdot x \cdot x - 2 \cdot 27 \cdot x = 27x(x - 2)$
	d)	$mnpqr + mopqr =$	$mpqr(n + oq)$
	e)	$58afg - 29f^2 =$	$29f(2ag - f)$
	f)	$wxyz - yz =$	$w \cdot x \cdot y \cdot z - y \cdot z \cdot 1 = yz(wx - 1)$
	g)	$34mn - 51n =$	$17n(2m - 3)$

Seite 8 / 9

Distributivgesetz – Multiplikation – Division – Verbindung v. Operationen versch. Stufe

3	a) $(63v - 1) \cdot 4w =$	$63v \cdot 4w - 1 \cdot 4w = 252vw - 4w$
	b) $(72v - 1) \cdot 3w =$	$72v \cdot 3w - 1 \cdot 3w = 216vw - 3w$
	c) $(42b - 70a) : (-14) =$	$42b : (-14) - 70a : (-14) = (-3b) - (-5a) = (-3b) + 5a = 5a - 3b$
	d) $(a^2b - ab^2) : (ab) =$	$(a^2b) : (ab) - (ab^2) : (ab) = a - b$
	e) $(ef - fg) : (-f) =$	$ef : (-f) - fg : (-f) = (-e) - (-g) = (-e) + g$
	f) $4x(28 - 32x) =$	$4x \cdot 28 - 4x \cdot 32x = 112x - 128x^2 = (-128x^2) + 112x$ (Ordnung: Variablen mit Exponent zuerst angeben)
	4	a) $28 - (32x - 4x) =$ $28 - 32x + 4x = 4x + (-32x) + 28 = (-28x) + 28 = (-28)(x - 1)$
	b) $(-9ab) - (-11abc) - (27ab) =$	$(-9ab) + 11abc + (-27ab) = (-9ab) + (-27ab) + 11abc = (-36ab) + 11abc = ab[-36] + 11c]$
	c) $8x - (-15y) - (-13x) + 12y \cdot 3y =$	$8x + 15y + 13x + 12y \cdot 3y = 8x + 13x + 12y \cdot 3y + 15y = 21x + 36y^2 + 15y = 3(7x + 12y^2 + 5y)$
	d) $34h : 34 - 33h =$	$1h + (-33h) = (-32h)$
	e) $4x - (28 + 42x) =$	$4x - 28 - 42x = 4x + (-42x) + (-28) = (-38x) + (-28) = (-38x) - 28 = (-2)(19x + 14)$
	f) $5a(28 - 32a) =$	$5a \cdot 28 - 5a \cdot 32a = 140a - 160a^2 = 140a + (-160a^2) = (-160a^2) + 140a$
	g) $(-11) \cdot (xy - 27) =$	$(-11) \cdot (xy - 27) = (-11xy) - (-11) \cdot 27 = (-11xy) + 297$
	h) $(-109)(de) - (-17)(ed) =$	$(-109de) + 17ed = (-92de)$
	i) $68x \cdot 17 =$	$4x$
	j) $48 - 4(5a + 6) =$	$48 - 4 \cdot 5a + (-4) \cdot 6 = 48 - 20a - 24 = 48 + (-24) + (-20a) = (-20a) + 24 = 4[-5a + 6] = (-4)(5a - 6)$
	k) $68d : 68 - 67 =$	$1d - 67 = d - 67$
	l) $(54 - x) - 9x =$	$54 - x - 9x = 54 + (-x) + (-9x) = (-10x) + 54 = (-2)(5x - 27)$
	m) $35cd - 7c \cdot 4d - 16cd =$	$35cd - 28cd - 16cd = 35cd + (-28cd) + (-16cd) = (-9cd)$
	n) $19ef \cdot (4d - ef) - 19e^2f^2 =$	$19ef \cdot 4d - 19ef \cdot ef - 19e^2f^2 = 76def - 19e^2f^2 - 19e^2f^2 = 76def + (-19e^2f^2) + (-19e^2f^2) = 76def + (-38e^2f^2) = 38ef(2d - ef)$
	o) $(-ds) \cdot (-ds) =$	d^2s^2
	p) $(-7ab) \cdot (-8) + (-63abc) : (-7c) =$	$56ab + 9ab = 65ab$
	q) $(-11f) - 15(6f - 7) =$	$(-11f) + (-15)(6f - 7) = (-11f) + (-90f) + 105 = (-101f) + 105$
	r) $72x \cdot 8 \cdot x =$	$9x \cdot x = 9x^2$
	s) $(-7x) \cdot 13y^2 \cdot (-2z) =$	$(-91xy^2) \cdot (-2z) = 182xy^2z$
	t) $13a \cdot 5b - (17b \cdot 8a) =$	$65ab - 136ab = 65ab + (-136ab) = (-71ab)$
	5	a) $[(-36ab) + 12b] : (-12) \cdot 3 =$ $[(-36ab) : (-12) + 12b : (-12)] \cdot 3 = (3ab + (-b)) \cdot 3 = 3ab \cdot 3 + (-b) \cdot 3 = 9ab + (-3b) = 3b(3a - 1)$
	b) $[(-23ab) + (-46cd)] \cdot 3c =$	$(-23ab) \cdot 3c + (-46cd) \cdot 3c = (-69abc) + (-138c^2d) = (-69c)(ab + 2cd)$
	c) $(36ab - 12b) : (-12) \cdot c =$	$(36ab : (-12) + (-12b) : (-12)) \cdot c = ((-3ab) + 1b) \cdot c = (-3abc) + 1bc = bc[-3a + 1] = -bc[3a - 1]$
	d) $[(-32a) + 21b] - [(-32a) - 21b] =$	$(-32a) + 21b - (-32a) + 21b = (-32a) + 32a + 21b + 21b = 42b$

Seite 13 / 14

Aufgaben Gleichungen

1	a) $x + 12 = (-32)$	$\parallel -12$	Gegenoperation von +12
	$x = (-32) - 12$	$\parallel v$	Ausrechnen rechte Seite
	$x = (-44)$	$\mathbb{L} = \{-44\}$	Lösungsmenge angeben
	b) $232 - x = (-23)$	$\parallel -232$	Gegenoperation von + 232
	$(-x) = (-23) - 232$	$\parallel v$	Ausrechnen rechte Seite
	$(-x) = (-255)$	$\mathbb{L} = \{255\}$	Achtung: $(-x)$ ist Gegenzahl!
	c) $x + (-32) = (-15) + 18x$	$\parallel -x$	x auf linke Seite schaffen
	$(-32) = (-15) + 17x$	$\parallel +15$	Gegenoperation von -15
	$(-17) = 17x$	$\parallel :17$	Gegenoperation von $\cdot 17$
	$(-1) = x$	$\mathbb{L} = \{-1\}$	
	d) $19 + (-7x) = (-5x) - (-5)$	$\parallel -(-7x) = +7x$	Gegenoperation von + $(-7x)$
	$19 = 2x - (-5)$	$\parallel +(-5)$	Gegenoperation von $-(-5)$
	$14 = 2x$	$\parallel :2$	Gegenoperation von $\cdot 2$
	$7 = x$	$\mathbb{L} = \{7\}$	
	e) $(-x) - [(-x) - (-9)] = (-3x) - [(-9x) + 33]$	$\parallel v$	Term vereinfachen (Klammer aufl.)
	$(-x) - (-x) + (-9) = (-3x) - (-9x) - 33$	$\parallel v$	Term vereinfachen (Summenverw.)
	$(-x) + x + (-9) = (-3x) + 9x + (-33)$	$\parallel v$	Term vereinfachen (ausrechnen)
	$(-9) = 6x + (-33)$	$\parallel -(-33) = +33$	Gegenoperation von + (-33)
	$24 = 6x$	$\parallel :6$	Gegenoperation von $\cdot 6$
	$4 = x$	$\mathbb{L} = \{4\}$	

Seite 13 / 14
Aufgaben Gleichungen

1	f)	$(-x) - [(-5x) - (-5)] = (-9x) - [(-2x) + (-72)]$	v	Term vereinfachen (Klammern aufl.)
		$(-x) - (-5x) + (-5) = (-9x) - (-2x) - (-72)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-x) + 5x + (-5) = (-9x) + 2x + 72$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$4x + (-5) = (-7x) + 72$	+ 7x	Gegenoperation von $-7x$
		$11x + (-5) = 72$	- (-5) = + 5	Gegenoperation von $+ (-5)$
		$11x = 77$: 11	Gegenoperation von $\bullet 11$
		$x = 7$	L = {7}	
	g)	$(-5x) - (-6)[(-2x) - (-10)] = (-110)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-5x) + 6[(-2x) + 10] = (-110)$	v	Term vereinfachen (ausmultiplizieren)
		$(-5x) + (-12x) + 60 = (-110)$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$(-17x) + 60 = (-110)$	- 60	Gegenoperation von $+ 60$
		$(-17x) = (-170)$: (-17)	Gegenoperation von $\bullet 17$
		$x = 10$	L = {10}	
	h)	$(-6) - (-3)[(-8) + (-2x)] = (-132)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-6) + 3[(-8) + (-2x)] = (-132)$	v	Term vereinfachen (ausmultiplizieren)
		$(-6) + (-24) + (-6x) = (-132)$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$(-30) + (-6x) = (-132)$	- (-30) = + 30	Gegenoperation von $+ (-30)$
		$(-6x) = (-102)$: (-6)	Gegenoperation von $\bullet (-6)$
		$x = 17$	L = {17}	
	i)	$(-10x) - (-8)[(-7x) - (-9)] = (-192)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-10x) + 8[(-7x) + 9] = (-192)$	v	Term vereinfachen (ausmultiplizieren)
		$(-10x) + (-56x) + 72 = (-192)$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$(-66x) + 72 = (-192)$	- 72	Gegenoperation von $+ 72$
		$(-66x) = (-264)$: (-66)	Gegenoperation von $\bullet (-66)$
		$x = 4$	L = {4}	
	j)	$(-2x) - (-1)[(-9x) + (-8)] = (-260) + 3x$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-2x) + 1[(-9x) + (-8)] = (-260) + 3x$	v	Term vereinfachen (ausmultiplizieren)
		$(-2x) + (-9x) + (-8) = (-260) + 3x$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$(-11x) + (-8) = (-260) + 3x$	- (-11x) = + 11x	Gegenoperation von $+ (-11x)$
		$(-8) = (-260) + 14x$	- (-260) = + 260	Gegenoperation von $+ (-260)$
		$252 = 14x$: 14	Gegenoperation von $\bullet 14$
		$18 = x$	L = {18}	

Seite 16 / 17
Aufgaben Ungleichungen

1	a)	$(-23) < x + (-2)$	- (-2) = + 2	Gegenoperation von $+ (-2)$
		$(-21) < x$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x > (-21)$ }	Lösungsm. in beschreibender Form
	b)	$x - (-7) > 24$	+ (-7)	Gegenoperation von $- (-7)$
		$x > 17$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x > 17$ }	
	c)	$(-6x) - (-34) \leq (-8) - (-8x)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-6x) + 34 \leq (-8) + 8x$	- (-6x) = + 6x	Gegenoperation von $+ (-6x)$
		$34 \leq (-8) + 14x$	- (-8) = + 8	Gegenoperation von $+ (-8)$
		$42 \leq 14x$: 14	Gegenoperation von $\bullet 14$
		$3 \leq x$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x \geq 3$ }	
	d)	$(-7x) - [(-5) + (-6x)] < (-3x) - [(-29) + (-3x)]$	v	Term vereinfachen (Klammern aufl.)
		$(-7x) - (-5) - (-6x) < (-3x) - (-29) - (-3x)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-7x) + 5 + 6x < (-3x) + 29 + 3x$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$(-x) + 5 < 29$	- 5	Gegenoperation von $+ 5$
		$(-x) < 24$	+ x	Gegenoperation von $(-x)$
		$0 < 24 + x$	- 24	Gegenoperation von $+ 24$
		$(-24) < x$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x > (-24)$ }	
	e)	$26 < (-7) - [(-3) + (-5x)]$	v	Term vereinfachen (Klammern aufl.)
		$26 < (-7) - (-3) - (-5x)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$26 < (-7) + 3 + 5x$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$26 < (-4) + 5x$	- (-4) = + 4	Gegenoperation von $+ (-4)$
		$30 < 5x$: 5	Gegenoperation von $\bullet 5$
		$6 < x$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x > 6$ }	

Seite 16 / 17
Aufgaben Ungleichungen

1	f)	$(-7) \geq (-5) - (-5x) - [(-6) - (-9x)]$	v	Term vereinfachen (Klammern aufl.)
		$(-7) \geq (-5) - (-5x) - (-6) + (-9x)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-7) \geq (-5) + 5x + 6 + (-9x)$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$(-7) \geq 1 + (-4x)$	- (-4x) = + 4x	Gegenoperation von + (-4x)
		$(-7) + 4x \geq 1$	- (-7) = + 7	Gegenoperation von + (-7)
		$4x \geq 8$: 4	Gegenoperation von • 4
		$x \geq 2$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x \geq 2$ }	
	g)	$(-5x) - (-6)[(-3) - (-4x)] \leq (-75)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-5x) + 6[(-3) + 4x] \leq (-75)$	v	Term vereinfachen (ausmultiplizieren)
		$(-5x) + (-18) + 24x \leq (-75)$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$19x + (-18) \leq (-75)$	- (-18) = + 18	Gegenoperation von + (-18)
		$19x \leq (-57)$: 19	Gegenoperation von • 19
		$x \leq (-3)$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x \leq (-3)$ }	
	h)	$1188 \leq (-9)[(-7x) + (-6)]$	v	Term vereinfachen (ausmultiplizieren)
		$1188 \leq 63x + 54$	-54	Gegenoperation von + 54
		$1134 \leq 63x$: 63	Gegenoperation von • 63
		$18 \leq x$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x \geq 18$ }	
	i)	$(-5x) - (-10)[(-9x) - (-9)] \leq (-1525)$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-5x) + 10[(-9x) + 9] \leq (-1525)$	v	Term vereinfachen (ausmultiplizieren)
		$(-5x) + (-90x) + 90 \leq (-1525)$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$(-95x) + 90 \leq (-1525)$	- (-95x) = + 95x	Gegenoperation von + (-95x)
		$90 \leq (-1525) + 95x$	- (-1525) = + 1525	Gegenoperation von + (-1525)
		$1615 \leq 95x$: 95	Gegenoperation von • 95
		$17 \leq x$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x \geq 17$ }	
	j)	$(-6) - (-5)[(-7x) - (-9)] < 249$	v	Term vereinfachen (Summenverw.)
		$(-6) + 5[(-7x) + 9] < 249$	v	Term vereinfachen (ausmultiplizieren)
		$(-6) + (-35x) + 45 < 249$	v	Term vereinfachen (ausrechnen)
		$39 + (-35x) < 249$	- (-35x) = + 35x	Gegenoperation von + (-35x)
		$39 < 249 + 35x$	-249	Gegenoperation von + 249
		$(-210) < 35x$: 35	Gegenoperation von • 35
		$(-6) < x$	L = { $x \in \mathbb{Z} / x > (-6)$ }	

Bei Ungleichungen muss unbedingt verhindert werden, dass die Variable am Schluss mit einem negativen Koeffizienten (= Vorzahl) da steht. Dazu schafft man x auf die Seite, wo es mit einem positiven Koeffizienten (also mit einem + davor) steht.